აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

დიმიტრი გოშხეთელიანი

მათემატიკის სწავლების ეფექტურობის ამაღლება საშუალო სკოლის მესამე საფეხურზე

დისერტაცია განათლების დოქტორის
აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

ა ვ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

ქუთაისი
2010

ნაშრომი შესრულებულია აკაკი წერეთლის
სახელმწიფო უნივერსიტეტში

სამეცნიერო
ხელმძღვანელები: **გიგლა ონიანი,**
საქართველოს განათლების მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსი, პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორი, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სრული პროფესორი

ნიკოლოზ ნუცუბიძე, ფილოსოფიურ მეცნიერებათა კანდიდატი

ოფიციალური
შემფასებლები: **სერგო თოფურია**
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სრული პროფესორი

თამაზ მორალიშვილი,
პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორი, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სრული პროფესორი

დისერტაციის დაცვა შედგება 2010 წლის "_____" მარტს "____" სთ-ზე, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პედაგოგიური ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს სხდომაზე

მისამართი: 4600, ქუთაისი, თამარ მეფის ქ. №59, აუდიტორია №____
ავტორეფერატი დაიგზავნა 2010 წ. „_____" თებერვალს

დისერტაციის გაცნობა შესაძლებელია აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სამეცნიერო ბიბლიოთეკაში
მისამართი: 4600, ქუთაისი, თამარ მეფის ქ.№59

სადისერტაციო საბჭოს სწავლული მდივანი,
განათლების დოქტორი,
ასოცირებული პროფესორი **იმერ ბასილაძე**

I. ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

თემის აქტუალობა. ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლა თავისი განვითარების ახალ ეტაპზე გადადის, რაც ძირეულად ცვლის მას. უკვე დაწყებულია რადიკალური რეფორმა, რომელიც მოიცავს არა მარტო ახალი საკანონმდებლო ბაზისა და კანონქვემდებარე ნორმატიულ დოკუმენტთა შექმნას, არამედ სწავლებისა და სწავლისადმი ახალ მიდგომებს.

მათემატიკის სწავლებაში ეფექტურობისა და ხარისხის ამაღლება ყოველთვის წარმოადგენდა საშუალო სკოლის ძირითად ამოცანას, თუმცა მის განსახორციელებლად ხშირად მიმართავდნენ არასწორ გზას, განსაკუთრებით ბოლო ორი ათეული წლის განმავლობაში. სწავლების მთელი ნაკლოვანება იმაში მდგომარეობდა, რომ ხშირად არასწორად იყო მოაზრებული, რას ნიშნავს ნამდვილი ცოდნა მათემატიკაში და როგორ უნდა განხორციელდეს ამ ცოდნის შეძენის პროცესი.

ნამდვილი ცოდნა მათემატიკაში არ ნიშნავს მზა ფორმულების, თეორემების, ამოცანების მეხსიერებაში „ჩატვირთვას".

წლების მანძილზე უმაღლეს სასწავლებლებში დანერგილი მისაღები გამოცდები თანდათან გადაგვარდა. იგი გახდა არა აბიტურიენტთა ნამდვილი ცოდნა–განვითარების შემმოწმებელი, არამედ მხოლოდ იმის დამდგენი, თუ როგორ არის საგანგებოდ გაწვრთნილი პიროვნება გამოცდისათვის. ამიტომ იწერებოდა სხვადასხვა სახის გართულებული ამოცანები, რომელიც ამოსახსნელად საჭიროებდა მხოლოდ ხელოვნურ ტექნიკურ მანიპულაციებს.

ყოველწლიურად იბეჭდებოდა წინა წლის მისაღები გამოცდების ამოცანების შემცველი კრებულები. ამან გამოიწვია კრებულებისა და ამოცანების რიცხვის გაუმართლებელი ზრდა.

ამოცანებისა და კრებულების ამ ქაოსურ კარნავალში მოხვედრილმა აბიტურიენტებმა და მათმა მასწავლებლებმა (რეპეტიტორებმა) იპოვეს ამ რთული მდგომარეობიდან „მეცნიერული" გამოსავალი – ყველა საშუალებით ცდილობდნენ, მოსწავლეებისათვის ამოეხსნევინებინათ რაც შეიძლება მეტი ამოცანა თუ მაგალითი იმ მოტივით, რომ „ამის მსგავსი იქნებოდა გამოცდაზე". ასეთი მავნე პრაქტიკა აბსოლუტურად უგულებელყოფდა პრობლემურ მიდგომებსა და ანალიზის ელემენტებს. არცთუ იშვიათად მოსწავლის დავალება მათემატიკაში შედგებოდა რამდენიმე ათეული საკონკურსო ამოცანისაგან, რაც ახალგაზრდის დიდ ფსიქიკურ- ემოციურ გადატვირთვას იწვევდა. სკოლაშიც რაც შეიძლება მეტი ამოცანა იხსნებოდა ყოველგვარი ღრმა გაანალიზებისა და მოაზრების გარეშე ერთადერთი მიზნით, რომ მოსწავლე საგანგებოდ, მექანიკურად გაეწაფათ ასეთი ამოცანების ამოსახსნელი ტექნიკური მანიპულაციებით.

ერთი მხრივ, იგი უარყოფით გავლენას ახდენდა მოსწავლის ფსიქიკაზე, მეორე მხრივ კი, იმდენად ფორმალურად იყო აბიტურიენტში „გამჯდარი" ეს ცოდნა, რომ მისაღები გამოცდების წარმატებით ჩაბარების შემთხვევაშიც მცირე ხანში ავიწყდებოდა. ხშირად ასეთებს, შემდგომში, უმაღლეს სასწავლებლებში სწავლაც უჭირდათ.

მაშასადამე, ცოდნა გაიგივებულია ან მხოლოდ ინფორმირებულობასთან, ან მხოლოდ ხელოვნურად გართულებულ სქოლასტიკურ მანიპულაციებში გაწაფვასთან.

შესაბამისად, მათემატიკის სწავლება გაიგივებულია დიდძალი ინფორმაციით (ფორმულები, წესები, თეორემები) და სხვადასხვა კრებულიდან აღებული დიდი რაოდენობის ამოცანებით და მათი ამოსახსნელი ტექნიკური მანიპულაციებით გონების „გადატვირთვასთან", ამასთან, ამ ამოცანებითა და ინფორმაციით მოსწავლის საგამოცდოდ საგანგებოდ გაწვრთნასთან. მათემატიკის ცოდნისა და სწავლისადმი ასეთი მიდგომა, რბილად რომ ვთქვათ, არასწორია.

სამწუხაროდ, ეს წესი მოქმედებდა მრავალი წლის მანძილზე და დიდი დაღი დაასვა მოსწავლეთა სწორ განვითარებას.

დავდექით რა აღნიშნული პრობლემის წინაშე, მივმართეთ გამოსავლის სხვა გზას. ეს გზა გასდევს მთელ სადისერტაციო თემას.

სწორედ თემის **აქტუალობას** განსაზღვრავს საშუალო სკოლებში ამოცანათა ამოხსნის ძიების საყველთაოდ ცნობილი მეთოდების და ჩვენს მიერ შემუშავებული ხერხების, წესების სწავლების აუცილებლობა და მათემატიკის გაკვეთილზე მათი გამოყენების მეთოდიკის დამუშავება.

კვლევის ობიექტს წარმოადგენს მოსწავლეებისათვის საშუალო სკოლის მათემატიკის კურსში პლანიმეტრიული და ტრიგონომეტრიული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების პროცესი.

კვლევის საგანს წარმოადგენს მოსწავლეებისათვის ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენისა და ამოცანის სტრუქტურის შესწავლა, პლანიმეტრიული და ტრიგონომეტრიული ამოცანების ამოხსნის ძიების საყოველთაოდ ცნობილი და ჩვენს მიერ შემუშავებული ხერხების, ამ წესებისადმი ახალი მიდგომების გაცნობა და მიზანმიმართული სწავლება.

კვლევის მიზანია მოსწავლეებში ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენის, მისი განზოგადების, ამოცანის სტრუქტურის წვდომის უნარის შემუშავება, ამოცანათა ამოხსნის ძიების საყოველთაოდ ცნობილი და ჩვენს მიერ შემუშავებული წესების, ხერხების მეთოდიკის დამუშავება და დასაბუთება იმისა, რომ მათი სწავლება შესაძლებელია და აუცილებელი.

კვლევის ჰიპოთეზა. ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენისა და სტრუქტურის შესწავლა, საყოველთაოდ ცნობილი და ჩვენ მიერ შემუშავებული ამოცანის ამოხსნის ძიების მეთოდების, ამ მეთოდებისადმი ახალი მიდგომების გაცნობა და სკოლაში განხილვა საშუალებას იძლევა მნიშვნელოვნად ამაღლდეს სწავლების ეფექტურობა და ხარისხი, სწავლება წარიმართოს მოსწავლეთა აქტიურ–შემოქმედებითი მუშაობით, მათი დამოუკიდებელი ძიებებისა და სხვადასხვა აღმოჩენების გზით. ეს კი პრობლემურ–ევრისტიკული, შემოქმედებით-განმავითარებელი სწავლებაა.

დასმულმა მიზანმა და ჰიპოთეზამ განსაზღვრა კვლევის შემდეგი ამოცანები:

1. საშუალო სკოლებში პლანიმეტრიისა და ტრიგონომეტრიის სწავლების თეორიისა და პრაქტიკის მდგომარეობის შესწავლა.

2. საშუალო სკოლის სახელმძღვანელოში განთავსებული ამოცანებისათვის მაქსიმალურად განმავითარებელი ფუნქციის მინიჭება (სწორედ ასეთ თვისებას ანიჭებს ამოცანას მათემატიკური წარმოდგენა, სტრუქტურა და მათი თვისებების შესწავლა), რაც შემდგომში უზრუნველყოფს უფრო რთული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების ჩამოყალიბებას.

3. პლანიმეტრიული და ტრიგონომეტრიული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკის დამუშავება და მისი ეფექტიანობის შემოწმება.

4. ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენისა და სტრუქტურის საშუალებით, საყოველთაოდ ცნობილი და ჩვენ მიერ შემუშავებული მეთოდებით მოსწავლეთა შემოქმედებით-განმავითარებელი სწავლება და მისი ეფექტიანობის შემოწმება.

კვლევის მეცნიერული სიახლე მდგომარეობს იმაში, რომ დასაბუთებულია სასწავლო პროცესში ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენისა და სტრუქტურის სიღრმისეული შესწავლის, მოსწავლეთა მიერ მათი თვისებების გამოვლენის შესაძლებლობა და აუცილებლობა. დასაბუთებულია ზოგიერთი საყოველთაოდ ცნობილი მეთოდის ვარგისიანობა და მნიშვნელობა ამოცანის ამოხსნის ძიებისას იმ შემთხვევაშიც, როდესაც თავად მოცემული მეთოდი ამოცანას ვერ წყვეტს. ეს მნიშვნელობა მდგომარეობს იმაში, რომ ზოგჯერ შეიძლება რომელიმე მეთოდმა ამოცანის ამოხსნის ძიება ვერ განახორციელოს, მაგრამ გვიკარნახოს ამოხსნის იდეა.

კვლევის თეორიულ მნიშვნელობას წარმოადგენს ის, რომ შექმნილია გაკვეთილზე გეომეტრიული და ტრიგონომეტრიული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეცნიერულად დასაბუთებუ-

ლი თეორია. დამუშავებულია სწავლების საყოველთაოდ ცნობილი მეთოდებისადმი ახალი მიდგომის გზები. შემუშავებულია ზოგიერ-თი კონკრეტული მეთოდი, რომელიც ანალიზურ–სინთეზურ მე-თოდს უფრო ნათელს ხდის.

ნაშრომის პრაქტიკული მნიშვნელობა განისაზღვრება იმით, რომ ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენისა და სტრუქტურის და-უფლების უნარი, ამოცანის ამოხსნის ძიების განხილული მეთოდე-ბი და მათდამი ახალი მიდგომები ამაღლებს მოსწავლეთა ცოდნის დონეს, უვითარებს დამოუკიდებელ აზროვნებას, აძლევს საშუალე-ბას აქტიურ–შემოქმედებითად მიუდგნენ ამოცანის ამოხსნას.

დასაცავად გამოგვაქვს შემდეგი დებულებები და დასკვნები:

1. ამოცანათა მათემატიკური წარმოდგენისა და სტრუქტურის შესწავლა, საყოველთაოდ ცნობილი: "ანალიზური და სინთეზური", „ამავალი და დამავალი ანალიზის", „საწინააღმდეგოს დაშვების მე-თოდებისადმი" ახლებური მიდგომები, ასევე „სახელწოდების შეც-ვლისა და შევსების მეთოდების" შესწავლა პასუხობს დღევანდელი სკოლის მოთხოვნებს, რაც მდგომარეობს მოსწავლეთა პრობლემურ–ევრისტიკული და შემოქმედებითი უნარ–ჩვევების დაუფლებაში.

2. აღნიშნული მეთოდების სწავლება ხელს უწყობს მოსწავლეთა მათემატიკური ცოდნის ხარისხის ამაღლებას, ავითარებს მათში აქ-ტიურ–შემოქმედებით აზროვნებას.

3. საჭიროა თითოეული ამოცანის განმავითარებელი თვისების (პოტენციის) სრული გამოვლენა (ეს ეხება სასკოლო სახელმძღვანე-ლოს ამოცანებსაც), რაც მიიღწევა განხილული მეთოდებით.

4. აღნიშნული მეთოდებით შედარებით მცირე ამოცანების გან-ხილვა გვაძლევს დადებით შედეგს. კერძოდ, მოსწავლეებს უვითა-რებს აქტიურ–შემოქმედებითი აზროვნების უნარ–ჩვევებს.

ნაშრომის აპრობაცია. დისერტაციის ძირითადი შედეგები მოხ-სენდა აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოთვლითი მეთოდებისა და მათემატიკის სწავლების მეთოდიკათა და მათემა-ტიკის დეპარტამენტების მუდმივმოქმედ სამეცნიერო სემინარებს

2005-2009 წლებში, საქართველოს მათემატიკოსთა ყრილობას (ქ.ბა-თუმი, 2009 წელი).

საბოლოო სახით დისერტაცია განხილულ და რეცენზირებულ იქნა აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სწავლების მე-თოდიკათა და პედაგოგიკის დეპარტამენტების გაერთიანებულ სხდომაზე.

ნაშრომის მოცულობა და სტრუქტურა მოიცავს შესავალს, ოთხ თავს, მთლიანად 17 პარაგრაფს, 113 ნახაზს, 6 ცხრილს, თითოეული თავის ბოლო დასკვნებს, პედაგოგიურ ექსპერიმენტს, საერთო დას-კვნებს და ციტირებული ლიტერატურის სიას. სულ 149 გვერდია.

ნაშრომში განხილული ამოცანების უმრავლესობა რთული და მომეტებული სიძნელისაა (უმთავრესად ისინი აღებულია ჟურნალ „Квант"-დან). დისერტაციაში მოყვანილი ამოცანებიდან ნათლად ჩანს, ჩვენ მიერ შემოთავაზებული მეთოდები როგორ ამარტივებს ამოცანის ამოხსნის ძიებას და მისაწვდომს ხდის ასეთი ამოცანების განხილვას საშუალო დონის მოსწავლეებთანაც.

II. ნაშრომის ძირითადი შინაარსი

შესავალში დასაბუთებულია საკვლევი თემის აქტუალობა, გან-საზღვრულია ობიექტი, საგანი, მიზანი, ამოცანები. გამოთქმულია ჰიპოტეზა, დასაბუთებულია ნაშრომის მეცნიერული სიახლე, მისი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობა.

პირველი თავი – „ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლების თეორიული და პედაგოგიურ–ფსიქოლოგიური საფუძვლები"- შედ-გება 3 პარაგრაფისაგან.

პირველ პარაგრაფში-„მათემატიკის სწავლების პედაგოგიურ–ფსიქოლოგიური საფუძვლები"-მიმოხილულია სხვადასხვა ფსიქო-ლოგიური ლიტერატურა.

აღნიშნულია, რომ მოსწავლეთა მიერ ცოდნის ათვისების პრო-ცესში აზროვნებას წამყვანი როლი ენიჭება, რადგან ყოველი მასალა

მხოლოდ მაშინ გადაიქცევა ცოდნად, თუ იგი გასაგებია მოსწავლისათვის. გაგება კი მხოლოდ და მხოლოდ აზროვნების ფუნქციაა.

შესასწავლი მასალის გაგება, რასაც ცოდნის ათვისებისათვის ასეთი გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს, მოსწავლისაგან უმეტესწილად ინტენსიურ, დიდ გონებრივ შრომას მოითხოვს. ამიტომ საჭიროა ინტელექტუალური ძალების აქტუალიზაცია და არა მასალის მექანიკური დაზეპირება. მათემატიკაში გაგების გარეშე წინსვლა თითქმის შეუძლებელია.

იმისათვის, რომ მათემატიკის სწავლება აზროვნების, გაგების დონეზე მიმდინარეობდეს და ამავე დროს აზროვნების განვითარებასაც იწვევდეს, ამისათვის აუცილებელია მასწავლებელმა იცოდეს მოსწავლის აზროვნების ზოგადი ფსიქოლოგიური და ასაკობრივი განვითარების თავისებურებები.

როგორც კი მოსწავლე რაიმე ახალი, მისთვის უცხო ამოცანის წინაშე დადგება, იგი მაშინვე აზროვნების პროცესს მიმართავს. პრობლემის გარეშე აზროვნება არ დაიწყება.

მასწავლებლის ერთ–ერთ ძირითად ამოცანას ის წარმოადგენს, რომ მოსწავლეებს სასწავლო მასალა გაგების დონეზე აათვისებინოს, რისთვისაც აზროვნების აქტუალიზაციაა აუცილებელი. ცოდნის ყოველი ახალი სტრუქტურის სწავლება უნდა იწყებოდეს პრობლემის დასმით. მასალის (ამოცანათა ამოხსნის) სწავლება უნდა გავიგოთ, როგორც აზრობრივი საქმიანობის სწავლება, რომელიც ხორციელდება მასალის შესწავლის (ამოცანათა ამოხსნის) პროცესში. მოსწავლის აზრობრივი საქმიანობის სწავლება უნდა გავიგოთ არა როგორც მზა ფორმულებისა და თეორემების დასწავლა, რომელსაც არ შესწევს უნარი საკმარისი ზომით განუვითაროს მოსწავლეს შემოქმედებითი აზროვნება, არამედ ისე, რომ მოსწავლე აქტიურად მონაწილეობდეს თეორემების, ფორმულების დამტკიცებაში. მათემატიკის გაკვეთილი ისე უნდა წარიმართოს, რომ ის მოსწავლეებში აღვივებდეს აქტიურ გონებრივ საქმიანობას.

მოსწავლეთა აქტიური გონებრივი საქმიანობა იზრდება, თუ მოსწავლეები მასალის გაცნობასთან ერთად ასრულებენ კონკრეტულ ამოცანას, რომელიც მიმართულია ამ მასალის გაგებისაკენ.

მეორე პარაგრაფში-„ამოცანის ცნებისადმი ფსიქოლოგიური მიდგომის არსი"- აღნიშნულია, რომ ცნება „ამოცანა„ ფსიქოლოგიურ გამოკვლევებში განიხილება, როგორც აზროვნების ობიექტი. ამოცანის ამოხსნის პროცესში აზროვნება განსაკუთრებული მოღვაწეობის სახით ვლინდება და ჩნდება შესაძლებლობა სუბიექტის მოღვაწეობის დაგეგმვა და აღწერა მოვახდინოთ, როგორც სხვადასხვაგვარი ამოცანების ამოხსნის პროცესების ერთიანი სისტემისა.

ამოცანის ამოხსნის პროცესი მჭიდროდაა დაკავშირებული აზროვნების ისეთი ხერხების ფორმირებასთან, როგორებიცაა: ანალიზი, სინთეზი, განზოგადება, აბსტრაქცია და სხვა.

ამოცანათა ამოხსნის მსვლელობა, უპირველეს ყოვლისა, თვით ამოცანით განისაზღვრება, რომელიც რაღაც გზებით ქმნის აზროვნების საწყისს დეტერმინაციას. აზროვნების დეტერმინაცია ხორციელდება როგორც პროცესი და მისი ფორმირება უწყვეტად მიმდინარეობს. ფსიქოლოგ კ.სლავსკაიას მიხედვით, „დეტერმინიზმის" პრინციპი გამოდის, როგორც კვლევის ზოგადი მეთოდოლოგიური პრინციპი ცოდნის ნებისმიერ დარგში, ნებისმიერ მეცნიერებაში".

საძიებელი ყოველთვის იმყოფება განსაზღვრულ მიმართებებში მოცემულობასთან. სწორედ ეს დამოკიდებულება არის ამოცანის ის ძირითადი მიმართება, რომელიც მისი ამოხსნის მთელი პროცესის დეტერმინირებას ახდენს.

გ. ბალი მიუთითებს, რომ ფსიქოლოგიურ და პედაგოგიურ ლიტერატურაში ტერმინი ამოცანა გამოიყენება იმ ობიექტების აღსანიშნავად, რომლებიც შემდეგ სამ კატეგორიას განეკუთვნებიან:

1. სუბიექტის წინაშე დასმული მოქმედების მიზნის, მოთხოვნის კატეგორიას.

2. იმ სიტუაციის კატეგორიას, რომელიც მიზანთან ერთად იმ პირობებსაც მოიცავს, რომლებშიც მიზანი უნდა მიღწეულიყო.

3. ამ სიტუაციის სიტყვიერი ფორმულირების კატეგორიას.

ლ. გუროვას მიხედვით, „ამოცანა არის გონებრივი მოღვაწეობის ობიექტი, რომელიც რაიმე პრაქტიკული ხასიათის გარდაქმნაზე, ან თეორიულ კითხვაზე პასუხის გაცემის მოთხოვნას შეიცავს იმ პირობების გათვალისწინებით, რომლებიც ცნობილ და უცნობ ელემენტებს შორის არსებული კავშირების გახსნაში გვეხმარებიან“.

ავტორთა ერთი ნაწილი სუბიექტს რთავს ამოცანის ცნებაში. ისინი ამოცანას განიხილავენ, როგორც სიტუაციას, რომელშიც უნდა იმოქმედოს სუბიექტმა. მათი აზრით, სუბიექტის გარეშე ამოცანა არ არსებობს.

ა.მატიუშკინი ამოცანის ცნებაში არ რთავს მოქმედ პირს, სუბიექტს. ცნებები „პრობლემური სიტუაცია“ და „ამოცანა“ განსხვავებული ცნებებია.

ამ მიდგომით ამოცანა განიხილება, როგორც რეალური სისტემა, რომელიც თავის დასახასიათებლად სუბიექტის მოქმედებას არ საჭიროებს.

მესამე პარაგრაფში-„ამოცანათა ამოხსნის ალგორითმული და ევრისტიკული მეთოდი“-აღნიშნულია სტანდარტულ და არასტანდარტულ ამოცანათა სახე. კერძოდ, სტანდარტულ ამოცანად ითვლება ის ამოცანა, რომლის ამოხსნის ალგორითმიც ცნობილია. ე.ი. ის ეკუთვნის ერთი ტიპის ამოცანათა განსაზღვრულ კლასს.

თუკი ამოცანა არ შეიძლება მივაკუთვნოთ არც ერთი ასეთი სახის კლასს, მაშინ მას არასტანდარტული ეწოდება.

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძირითადი სირთულე გამოიხატება იმაში, რომ არ არსებობს ისეთი ზოგადი მეთოდი (ალგორითმი), რომელთა ცოდნაც გარანტიას მოგვცემდა ამოგვეხსნა ნებისმიერი ამოცანა. არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლება წარმოადგენს უმთავრესად განმავითარებელ სწავლებას.

მათემატიკის სწავლების ერთ–ერთ ძირითად მეთოდად ითვლება ევრისტიკული მეთოდი. ფსიქოლოგიაში ითვლება, რომ ევრისტიკა არის შემოქმედებითი აზროვნების შესწავლა, პედაგოგიკაში ევრისტიკად იგულისხმება ამოცანათა ამოხსნის მეთოდები და ხერხები. მათემატიკის სწავლებაში ევრისტიკულად ითვლება მეთოდი, როცა მასწავლებელი მოსწავლეებს ასათვისებლად მზა ფაქტებს კი არ აცნობს, არამედ შესაბამისი წინადადებებითა და წესებით მიჰყავს მოსწავლეები მათ აღმოჩენამდე.

ამოცანების ამოხსნასთან დაკავშირებით შეიძლება გამოვყოთ სწავლების სამი სიტუაცია :

1. სტანდარტული ამოცანების ამოხსნა, რომლის ამოხსნის საერთო მეთოდი (ალგორითმი) მოსწავლეებისათვის ჯერ კიდევ უცნობია;
2. სტანდარტული ამოცანების ამოხსნა, რომლის ამოხსნის საერთო მეთოდი (ალგორითმი) მოსწავლეებისათვის უკვე ცნობილია;
3. არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა.

პირველი და მესამე სიტუაცია შეიძლება გავაიგივოთ იმ მსგავსებით, რომ ორივე შემთხვევაში გვიხდება ამოცანის ამოხსნის ძიება. განსხვავება იმაში მდგომარეობს, რომ პირველ სიტუაციაში ძიებას ყოველთვის მივყავართ საერთო მეთოდის (ალგორითმის) პოვნაზე.

ალგორითმული ამოცანების განხილვისას საჭიროა სწავლების სტრატეგია ორიენტირებული იყოს იმაზე, რომ მოსწავლეებმა თვითონ აღმოაჩინონ (საჭიროების შემთხვევაში მასწავლებლის დახმარებით) მოცემული ტიპის ამოცანათა ამოხსნის საერთო მეთოდი, შემდეგ კი შეეძლოთ მისი გამოყენება.

არაალგორითმული (არასტანდარტული) ამოცანების განხილვისას სწავლების სტრატეგია ორიენტირებული უნდა იყოს ამოხსნის ძიების მეთოდების სწავლებაზე, რომლის დროსაც მოსწავლე აქტიურად იქნება ჩართული აზროვნებულ მოღვაწეობაში (აქტიურად იაზროვნებს).

მეორე თავი –„ამოცანათა მათემატიკური წარმოდგენა და მისი გამოყენება ამოხსნის ძიების პროცესში“- შედგება სამი პარაგრაფისაგან.

პირველ პარაგრაფში-„ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენა“-აღნიშნულია, რომ ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნის პროცესში შეიძლება გამოვყოთ ორი მომენტი: ამოცანის წარმოდგენა და ამოხსნის

ძიება. ამოცანის მათემატიკურ წარმოდგენას დიდი მნიშვნელობა აქვს, რადგანაც სწორედ მასზეა დამოკიდებული ამოხსნის ძიება.

ერთი და იგივე ამოცანა მათემატიკურად შეიძლება სხვადასხვანაირად წარმოვადგინოთ. კერძოდ, ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენა დამოკიდებულია მოსწავლის მათემატიკური ცოდნის დონეზე. ვთქვათ, ამოცანის პირობაში ნახსენები მოცემულობებია $A_1, A_2, \cdots A_n$. ავაგეთ მის მიხედვით ნახაზი, მაშინ სიმრავლეს $A_1, A_2, \cdots A_n$ ნახაზთან ერთად ეწოდება ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენა. აღვნიშნავთ P–თი.

ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენა დამოკიდებულია თეორიული მასალის ცოდნაზე. კერძოდ, თუ გვაქვს თეორიული ცოდნათა სისტემა U_i და U_j, ამასთან $U_i \subset U_j$ მაშინ, შესაბამისად $P_i \subset P_j$.

საზოგადოდ, მოსწავლე ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენის შემდეგ იწყებს ამოხსნის ძიებას. ამისათვის ის ისარგებლებს ამ მათემატიკური წარმოდგენის სხვადასხვა ქვესიმრავლით, რომელთა დახმარებითაც იპოვის სხვადასხვა სიდიდეს, დამოკიდებულებებს.

ამოხსნის ძიების პროცესში ზოგჯერ შეიძლება მოგვიხდეს ისეთი სიდიდეების და დამოკიდებულებების პოვნა, რომლებიც ამოცანაში არ გვჭირდება, ამიტომ მოსწავლეები უნდა მივაჩვიოთ, შეძლონ, გააანალიზონ ამოცანის ამოხსნის ძიების მიმართულებები, გაიაზრონ ამ მიმართულებებიდან რომელია პერსპექტიული, რა თეორემები და თვისებები უნდა გამოვიყენოთ, მათემატიკური წარმოდგენის რომელი ქვესიმრავლეებით უნდა ვისარგებლოთ, რომ ვიპოვოთ სხვადასხვა სიდიდეები და მათი დახმარებით საძიებელი.

ამ პარაგრაფში განხილულია რამდენიმე კონკრეტული ამოცანა. ზოგიერთი ამოცანა უშუალოდ ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენით იხსნება, ზოგი კი მოითხოვს დამატებით ძიებას და ახალი დამოკიდებულებების პოვნას.

მეორე პარაგრაფში-„ამოცანის განზოგადებული მათემატიკური წარმოდგენა"- განმარტებულია მისი არსი. კერძოდ, ვთქვათ, გვაქვს ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენა რაიმე ნახაზ n-თან ერთად $P_m = (A_1, A_2, \cdots A_m, \text{ნახაზი } n)$.

სიმრავლეს $P_{m+k} = (A_1, A_2, \cdots A_m, A_{m+1} \cdots A_{m+k}, \text{ნახაზი } n')$, სადაც $A_{m+1} \cdots A_{m+k}$ წარმოდგენებიდან თითოეული მიიღება P_m მათემატიკური წარმოდგენის ქვესიმრავლეებიდან, ხოლო ნახაზი n' $A_{m+1} \cdots A_{m+k}$ მათემატიკური წარმოდგენების შესაძლო აღნიშვნით ნახაზ n –ზე ეწოდება მოცემული მათემატიკური წარმოდგენის განზოგადოებული მათემატიკური წარმოდგენა.

ამოცანების განხილვის შემდეგ ვასკვნით, რომ ამოცანის ამოხსნის პოვნა შესაძლებელი გახდა შემდეგნაირად:

ა) მოვახდინეთ ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენა და ამოცანა გადაწყდა;

ბ) მოვახდინეთ ამოცანის განზოგადოებული მათემატიკური წარმოდგენა და ამოცანა გადაწყდა;

გ) თუ ზემო შემთხვევებში ამოცანა ვერ გადავწყვიტეთ, მაშინ ვსარგებლობთ განზოგადოებული მათემატიკური წარმოდგენით და მისი დახმარებით ვეძებთ ამოხსნას და ამოცანა შეიძლება გადაწყდეს.

ზოგჯერ ამოცანა ამ გზითაც არ გადაწყდება. ამ შემთხვევაში ბუნებრივად დგება საკითხი ნახაზზე შევასრულოთ დამატებითი აგებები, ანუ შევცვალოთ ნახაზი (ამოცანის სტრუქტურა), რომელიც საშუალებას მოგვცემს, ამოცანა გადავწყვიტოთ. ამის შესახებ მესამე თავში იქნება აღნიშნული.

შენიშვნა: დამატებითი აგება, ნახაზის შეცვლა დამოკიდებულია მიხვედრილობაზე, მოსაზრებულობაზე, ინტუიციაზე, პროგნოზირებაზე (ეს საკითხები მოცემული იქნება IV თავში).

მესამე პარაგრაფში-„მოსწავლეთა დამოუკიდებელი აზროვნების განვითარება ამოცანების მათემატიკური წარმოდგენის სწავლების საშუალებით"-აღნიშნულია, რომ ცნობილ მათემატიკოსსა და პედაგოგს დ.პოიას ჩამოყალიბებული აქვს ამოცანის ამოხსნის ზოგადი წესები, რომელიც მოიცავს ოთხ ეტაპს. თითოეულ ამ ეტაპს ახასიათებს სიძნელე, რომელსაც მოსწავლე აწყდება ამოცანის ამოხსნის ძიებისას.

იმისათვის, რომ მოსწავლეებს განვუვითაროთ დამოუკიდებელი აზროვნება, გამოვუმუშაოთ ამოცანათა დამოუკიდებლად ამოხსნის უნარი, საჭიროა მოვახდინოთ თითოეული ეტაპის შინაარსის აღქმა, განვიხილოთ ის სიძნელეები, რაც შეიძლება წარმოიქმნას ამ ეტაპების დროს.

ფსიქოლოგებისა და პედაგოგ–მეთოდისტების მიერ ჩატარებული გამოკვლევების საფუძველზე აღიარებულია, რომ მოსწავლის მიერ მასალის ათვისება უფრო კარგად მიმდინარეობს არა სახელმძღვანელოზე დაყრდნობით, ან მასწავლებლის საუბრის შემდეგ, არამედ, როდესაც მოსწავლე პირადი კვლევა–ძიების პროცესშია ჩართული, რომლის დროსაც მას შეუძლია თავისუფლად განავითაროს თავისი შემოქმედებითი აქტიურობა.

სწორედ მოსწავლის მიერ პირად კვლევა–ძიებასთან გვაქვს საქმე, როდესაც ის ამოცანას წარმოადგენს მათემატიკურად და შემდეგ ეძებს მის განზოგადებებს, როდესაც მოსწავლეს შესწევს უნარი, დაადგინოს ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენის თვისებები, გამოყოს ამოცანიდან საჭირო ფიგურები და შეძლოს მისი თვისებების დადგენა.

განსაკუთრებით გვეხმარება ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენა იმ სიძნელეების დაძლევაში, რაც ამოცანის ამოხსნის ძიების სქემის პირველ ეტაპს, ანუ „ამოცანის დასმა და მისი შინაარსის კარგად ათვისებას“ ახასიათებს.

პირველი სიძნელე: ზოგჯერ ამოცანა ისეა ჩამოყალიბებული, რომ მაშინვე არ ჩანს (არაა გასაგები მოსწავლეებისათვის) რა ძირითად ფიგურაზე უნდა აიგოს ნახაზი.

მეორე სიძნელე: ზოგჯერ ამოცანის პირობა ისეა ჩამოყალიბებული, რომ არ გვაქვს ასოითი აღნიშვნები და ეს ამოცანა მოსწავლეთათვის ძნელი გასაგები ხდება.

მესამე სიძნელე: ამოცანა ზოგჯერ ისე რთულადაა ჩამოყალიბებული, რომ ნახაზის ერთიანად აგება შეუძლებელია, ანდა რთულია. ეს კი, თავის მხრივ, ართულებს ამოცანის გააზრებას და

ამიტომ ამოცანის ამოხსნის მოძიების საკითხი ამ შემთხვევაში გართულებულია, ზოგჯერ შეუძლებელიც.

მეოთხე სიძნელე იმაში მდგომარეობს, რომ ამოცანის პირობაში არსებობს დამოკიდებულებები, ზოგჯერ ისიც, რასაც გვეკითხებიან და ერთი შეხედვით ისინი არ ჩანს.

მოყვანილი ამოცანებიდან ჩანს, რომ ეს სიძნელეები შეიძლება დაძლეულ იქნეს ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენით.

განხილულია ამ სიძნელეების დაძლევის გზები.

ამ თავში განხილულია პლანიმეტრიული ამოცანები, რომლებშიც ფართოდ გამოიყენება მათემატიკური წარმოდგენა და მისი დახმარებით ამოხსნის ძიება.

ამასთან უნდა აღინიშნოს, რომ ამ ამოცანებიდან მე–7 და მე–8 ამოცანები ამოხსნილია სხვადასხვა გზით (მე-7 სამი, ხოლო მე-8-ოთხი გზით).

მესამე თავი-„ამოცანის სტრუქტურა“- შედგება სამი პარაგრაფისაგან.

პირველ პარაგრაფში-„სტრუქტურის ცნება“-განხილულია საკითხი, რომ ამოცანის უკეთ გაგებისათვის, მისი ამოხსნის ძიების პროცესის უკეთ წარმართვისათვის, აუცილებლობას წარმოადგენს, მოსწავლეები დაეუფლონ ამოცანაში მონაწილე ობიექტების გამოვლენას და ამ ობიექტებს შორის მიმართების დადგენას.

ვთქვათ, M სიმრავლეში, მის ელემენტებს შორის, არსებობს S მიმართებები. Mსიმრავლეს მასზე არსებული S მიმართებებით ეწოდება M სიმრავლის სტრუქტურა და აღინიშნება (M,S)–ით, ხოლო სიმრავლეს, რომლის თითოეული ელემენტი უჩვენებს M სიმრავლის ობიექტებს შორის S მიმართებით მიღებულ თვისებას, დამოკიდებულებას ეწოდება (M,S) სტრუქტურის თვისებები. აღვნიშნოთ $P=\{P_1,P_2,\cdots P_n\}$. n უჩვენებს ამ თვისებების, დამოკიდებულებების რაოდენობას. (M,S) სიმრავლეს P სიმრავლესთან ერთად, ეწოდება მოცემული ამოცანის მათემატიკური აღწერილობა. აღინიშნება (M,S,P).

თუ M სიმრავლეში გავაჩენთ დამატებით ელემენტს, ე.ი. M სიმრავლეს შევცვლით $M' \supset M$ სიმრავლით, მაშინ, ცხადია, მოსალოდნელია დამატებითი მიმართებების გაჩენა და ასევე P წინადადებათა სიმრავლეც შეიძლება გაფართოვდეს P'–მდე, ისე რომ $P' \supset P$.

აღვნიშნოთ U_n–ით თეორიული მასალა, რომელიც მოთავსებულია სახელმძღვანელოში n პარაგრაფის ჩათვლით. თუ $U_n \subset U_m$, მაშინ $P \cap U_n \subset P \cap U_m$ და $(M, S, P \cap U_n) \subset (M, S, P \cap U_m)$, აქ $P \cap U_n$ აღნიშნავს ამოცანის სტრუქტურის თვისებებს U_n თეორიულ ცოდნათა სიმრავლეში. $(M, S, P \cap U_n)$ აღნიშნავს ამოცანის მათემატიკური სიტუაციის აღწერილობას U_n თეორიულ სიმრავლეში.

მოცემული მათემატიკური სიტუაციიდან (წინადადებიდან) მოსწავლეები დავაუფლოთ მასში შემავალ სიმრავლეთა (ობიექტთა) გამოყოფას, შემდეგ მათ შორის მიმართების დამყარებას და შესაბამისად სტრუქტურის თვისებების პოვნას სწავლების თვალსაზრისით დიდი მნიშვნელობა აქვს. თვით" მათემატიკა არის მეცნიერება მათემატიკური სტრუქტურების შესახებ, რომლებიც, უპირველეს ყოვლისა, სიმრავლეებია მათზე მოცემული მიმართებებით".

სწავლების თვალსაზრისით ჩვენ ისე უნდა შევასწავლოთ მოცემული მათემატიკური სიტუაციის მიხედვით სტრუქტურის გამოყოფა და მისი საშუალებით ამ სტრუქტურის თვისებების გამოყვანა, რომ მოსწავლეებს დამოუკიდებლად შეეძლოთ ამის წარმოება.

უ. რეიტმანი აღნიშნავს „... თუ შევეცდებით გავიგოთ როგორ ხსნიან ადამიანები რომელიმე სახის ამოცანას, აუცილებელია გვქონდეს ნათელი წარმოდგენა ამოსახსნელი ამოცანის სტრუქტურის შესახებ".

განხილულია ამოცანა, რომელიც ასეთნაირად გადაწყდება: ან თეორიულ მასალათა სიმრავლეს გავზრდით, ანდა M სიმრავლეში გავაჩენთ დამატებით ელემენტებს, ე.ი. გადავალთ ისეთ $M' \supset M$, რომ ამოცანა თავდაპირველ თეორიულ მასალათა სიმრავლეში გადაწყდეს.მაგალითად, გვაქვს ΔABC მახვილკუთხაა და ცნობილია,- რომ $AB = a$; $AC = b$; $\angle A = \alpha$. ამოვხსნათ ეს სამკუთხედი.

ამ ამოცანას $(M, S) \cap U_7$ სტრუქტურით და მისი თვისებებით ვერ გადავწყვეტთ, ხოლო $(M, S) \cap U_{11}$ სტრუქტურით და მისი შესაბამისი თვისებებით გადაწყდება, ან გადავალთ $M' \supset M$ სიმრავლეზე ისეთზე, რომ $(M', S') \cap U_7$ სტრუქტურით და მისი შესაბამისი თვისებებით ამოცანა გადაწყდება (საკმარისია B-დან გავავლოთ სიმაღლე).

მეორე პარაგრაფში-„ამოცანის სტრუქტურის გამოყენება ამოცანის ამოხსნის ძიებისას"-განხილულია ამოცანების ამოხსნა.

ამასთან აღნიშნულია, რომ ზოგჯერ ამოცანა იხსნება თავდაპირველი სტრუქტურით, ზოგჯერ კი საჭიროა მისი გაფართოება. არის ამოცანები, რომლებიც თავდაპირველი სტრუქტურით რთულად გადაწყდება, ხოლო სტრუქტურის გაფართოებით შედარებით მარტივად. განხილულია კონკრეტული ამოცანები და ნაჩვენებია, როგორ გვეხმარება ამოცანის სტრუქტურა, ამ სტრუქტურის თვისებები ამოცანის ამოხსნის ძიებისას.

ამოცანის ამოხსნის ძიებისას ჩვენ ვაწყდებით ამოცანის სიტუაციის შედეგად მიღებულ ობიექტთა სიმრავლის აღწერის (შედგენის), მისი სტრუქტურის და სტრუქტურის თვისებების დადგენის აუცილებლობას.

აქვე შევნიშნოთ, რომ შეიძლება სრულყოფილად მოცემული ამოცანის მათემატიკური აღწერა და სტრუქტურა არ დაგვჭირდეს. შეიძლება დაგვჭირდეს მისი რომელიმე ქვესიმრავლე.

ამ პარაგრაფში მოცემულია **ამოცანა 9**, **ამოცანა 10**, **ამოცანა 11**. თითოეული ამოხსნილია სამი გზით

შენიშვნა: როგორც II თავში აღვნიშნეთ, დამატებითი აგება, ნახაზის შეცვლა დამოკიდებულია მიხვედრილობაზე, მოსაზრებულობაზე, ინტუიციაზე, პროგნოზირებაზე. ამოცანის ობიექტთა გამოყოფა და მათ შორის მიმართებების დადგენა ზრდის იმის ალბათობას, რომ ეს ყოველივე წარმატებით განვახორციელოთ.

ამოცანების სტრუქტურისა და მისი თვისებების დაუფლებისას (შესწავლისას) იზრდება მათი ამოხსნის ალბათობა. ამავე დროს, რაც მთავარია, ამოცანისადმი აღნიშნულ მიდგომას მივყავართ სხვადასხვა იდეებთან, გვაძლევს საშუალებას, დამოუკიდებლად გავაკეთოთ

სხვადასხვა მცირე აღმოჩენები, გამოვავლინოთ სხვადასხვა თვისებები, გამოვიმუშაოთ და აღმოვაჩინოთ სხვადასხვა ხერხები, რომლებიც შეიძლება გამოვიყენოთ სხვადასხვა ამოცანების ამოხსნისას. ასეთი მუშაობა წარმოადგენს შემოქმედებით მუშაობას იმ შემთხვევაშიც, როდესაც ამოცანას ვერ გადავწყვეტთ (ამოვხსნით). ასევე უნდა აღინიშნოს, რომ ხშირად ერთი ამოცანის ამოხსნა რამოდენიმე გზით უფრო სასარგებლოა, ვიდრე რამდენიმე ამოცანის ერთი გზით ამოხსნა. ამ დროს მაქსიმალურად გამოვლინდება თითოეული ამოცანის განმავითარებელი თვისება, ხდება მოსწავლეთა მათემატიკური ცოდნის აქტუალიზაცია და იზრდება საგნის მიმართ ინტერესი. გარდა ამისა, ღრმად ვითვისებთ და შეგვიძლია გამოვავლინოთ ობიექტებს შორის დამოკიდებულებები, რაც საფუძველს გვიქმნის წარმატებით განვახორციელოთ სხვა ამოცანების ამოხსნაც.

მესამე პარაგრაფში-„ამოცანის სტრუქტურის შესწავლა (ტრაპეციის მაგალითი)“- აღნიშნულია, რომ მათემატიკის შესწავლის პროცესში საჭიროა, მასწავლებელი ფართოდ იყენებდეს აქტიური სწავლების პრინციპს, როცა მოსწავლეს საშუალება ექნება თვითონ აღმოაჩინოს მათემატიკური კანონზომიერება.

ფსიქოლოგიაში ცნობილია მეხსიერების ძირითადი კანონზომიერება „თუ დაცულია ორი პირობა: მოსწავლეები ასრულებენ სასწავლო მასალაზე აქტიურ აზრობრივ საქმიანობას და ეს საქმიანობა ხელს უწყობს მასალის სიღრმისეულ გაგებას, მაშინ ხდება მასალის წარმატებული დამახსოვნება“. ამასთან, „მასალის შესწავლის პროცესში ნებისმიერი აზრობრივი საქმიანობის ხერხის გამოყენებას მივყავართ მასალის ეფექტურ ათვისებაზე“. სწორედ აზრობრივ საქმიანობასთან გვაქვს საქმე, როდესაც ვსწავლობთ ამოცანის სტრუქტურას და ვავლენთ ამ სტრუქტურის თვისებებს.

განხილულია ის ძირითადი სტრუქტურები, რაც შეიძლება იყოს ტრაპეციის შემთხვევაში.

პარაგრაფის ბოლოს განხილულია ორი ამოცანა, რომლებშიც ნათლად ჩანს, როგორ გვეხმარება ეს ძირითადი სტრუქტურები ამოცანის ამოხსნის მოძებნაში. აქედან პირველი ამოცანა არ მოითხოვს

თავდაპირველი სტრუქტურის შეცვლას (ე.ი. მოითხოვს მხოლოდ მოცემული სტრუქტურის თვისებების გამოვლენას). ხოლო მეორე ამოცანა მოითხოვს თავდაპირველი სტრუქტურის შეცვლას. ე.ი. მიღებული სტრუქტურის თვისებების გამოვლენას.

ამოხსნილი ამოცანებიდან ნათლად ჩანს, თუ ჩვენ გვეცოდინებოდა ის ძირითადი სტრუქტურები, რაც შეიძლება გვქონდეს ტრაპეციის შემთხვევაში, მაშინ ამ ამოცანების ამოხსნა სიძნელეს აღარ წარმოადგენდა.

I თავში განხილული საკითხის გამეორება რომ არ გამოგვივიდეს, გავარკვიოთ პრობლემური სიტუაციის ცნება. სხვადასხვა მეცნიერთა და მკვლევართა აზრის გათვალისწინებით , სიმრავლეს, რომელიც შედგება ელემენტებისაგან, ამ ელემენტებს შორის არსებული მიმართებებისაგან, ანუ ამ ელემენტების თვისებებისაგან – სისტემა ეწოდება.

განსაზღვრულ პირობებში, რთული სისტემის დროს ადამიანი – სიტუაცია (სიტუაციის ქვეშ იგულისხმება გარკვეული სისტემა) – წარმოიქმნება ამოცანა.

თუ ადამიანისთვის, რომელიც კონტაქტში შევიდა P სიტუაციასთან, ცნობილია ამ სიმრავლის ყველა ელემენტი და ცნობილია ამ ელემენტთა ყველა თვისება, მათ შორის მიმართებები, რომლებიც საკმარისია ამ სიმრავლის, როგორც ერთიანი მთლიანის არსებობისათვის (ე.ი. როგორც სისტემის). მაშინ ასეთ P სიტუაციას ეწოდება სტაციონალური მოცემული ადამიანის მიმართ.

თუ ადამიანისათვის არ არის ცნობილი თუნდაც ერთი ელემენტი, ერთი თვისება, მიმართება, მაშინ ასეთ სიტუაციას ეწოდება პრობლემური მოცემული ადამიანის მიმართ.

ამოვხსნათ ამოცანა ნიშნავს, გარდავქმნათ მოცემული პრობლემური სიტუაცია მის შესაბამის სტაციონალურ სიტუაციად, ან დავადგინოთ, რომ ასეთი გარდაქმნა მოცემულ პირობებში შეუძლებელია.

ბუნებრივია ამოცანის ამოხსნის პროცესი განისაზღვრება როგორც იმ ადამიანის მიზანმიმართული სააზროვნო, პრაქტიკული საქმიანობა, რომელიც ახორციელებს ამოცანის ამოხსნას.

ევრისტიკული საქმიანობა და ევრისტიკული პროცესები მართალია თავისთავში შეიცავენ გონებრივ ოპერაციებს, მაგრამ ამასთანავე ფლობენ ზოგიერთ სპეციფიკას. სწორედ ამიტომ ევრისტიკული საქმიანობა განხილულ უნდა იქნეს ადამიანის აზროვნების ისეთ სახესხვაობად, რომელიც ქმნის მოქმედებების ახალ სისტემას, ან აღმოაჩენს ადამიანის გარემომცველი ობიექტების მანამდე უცნობ კანონზომიერებებს.

წინა თავებიდან (თავი I-III) და ზემოთქმულიდან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ ამოცანების ამოხსნის პროცესი პრობლემურ-ევრისტიკული საქმიანობაა. შესაბამისად, სწავლება პრობლემურ-ევრისტიკულია, რომელთა განხორციელებას ახალ იმპულსებს მიანიჭებს ამოხსნის ძიების მეთოდები და ამ მეთოდებისადმი ახალი მიდგომები, რაც სწავლებას შემოქმედებით–განმავითარებელს გახდის. ეს განხილულია IV თავში.

მეოთხე თავი „ამოცანების ამოხსნის ძიების ზოგიერთი მეთოდი“ შედგება 8 პარაგრაფისაგან.

პირველ პარაგრაფში-„ანალიზი და სინთეზი“-გადმოცემულია ამ მეთოდების არსი. ანალიზი ორი სახისაა:

ა) როდესაც საძიებლიდან გადადიან ამოცანის მოცემულობებისაკენ;

ბ) როდესაც მთელს ანაწევრებენ ნაწილებად.

შესაბამისად, სინთეზიც გვაქვს ორი სახის:

ა) როდესაც ამოცანაში მოცემულობებიდან გადადიან საძიებლისაკენ.

ბ) როდესაც ელემენტები ერთიანდებიან ერთ მთლიანობაში.

ანალიზი საძიებლიდან მოცემულობებისაკენ არის ორი სახის-აღმავალი და დამავალი.

დამავალი ანალიზის შესახებ ზოგიერთ მეთოდურ ლიტერატურაში გავრცელებულია აზრი, რომ თუ მსჯელობის ბოლოს მიღებული შედეგი ჭეშმარიტია, მაშინ ამ შემთხვევაში არ შეიძლება გვქონდეს ზუსტი აზრი დასამტკიცებელის ჭეშმარიტობა–მცდარობის შესახებ. ჩვენ მიერ ეს საკითხი შედარებით სრულყოფილია (ასევე ზოგიერთ მეთოდურ ლიტერატურაშიც): თუ მიღებულია ჭეშმარიტი შედეგი, უნდა შევამოწმოთ მსჯელობის შებრუნებულობა, კერძოდ, თუ ყველა მსჯელობა შებრუნებულია, მაშინ დასამტკიცებელი სამართლიანია. ხოლო თუ მსჯელობებს შორის არის არაშებრუნებულიც, მაშინ უნდა გამოვიყენოთ ამოცანის ამოხსნის ძიების სხვა მეთოდი. დამავალი ანალიზით ამოცანების ამოხსნის ძიებისას მოსწავლეებს უნდა ავუხსნათ, რომ შებრუნებული მსჯელობის ჩატარება აუცილებელია, როდესაც ჭეშმარიტი შედეგია მიღებული. უნდა განვიხილოთ შესაბამისი ამოცანებიც. მოსწავლეებმა არ უნდა იფიქრონ, რომ რადგანაც შედეგი ჭეშარიტია, მოცემული ამოცანაც ჭეშმარიტია.

მართალია ზოგჯერ დამავალი ანალიზი უძლურია ამოცანა ამოხსნას, მაგრამ მისი ჩატარება გვიჩვენებს (გვკარნახობს) ამოცანის ამოხსნის მოძებნის გარკვეულ იდეას. განხილულია შესაბამისი მაგალითიც. <u>ეს დამავალი ანალიზისადმი, პრინციპულად განსხვავებული მიდგომაა, რომელიც მეთოდურ ლიტერატურაში არსად არ შეგვხვედრია</u>.

აღმავალი ანალიზი შემოწმებას არ საჭიროებს, რადგანაც ის ფაქტიურად გამოიყენება სინთეზურ მეთოდთან ერთად.

მეორე პარაგრაფში-„აღმავალი და დამავალი ანალიზის გამოყენება გეომეტრიული თეორემების დამტკიცებისას“-განხილულია ზოგიერთი თეორემა სასკოლო სახელმძღვანელოდან.

ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტის შედეგად დავრწმუნდით, რომ ანალიზური მეთოდის სისტემატურმა გამოყენებამ ხელი შეუწყო მოსწავლეთა დამოუკიდებელი აზროვნების განვითარებას.

მაგალითად, თეორემა- წრეწირისადმი ერთი წერტილიდან გავლებული მხებისა და მკვეთისათვის სამართლიანია: მხების კვადრატი ტოლია მკვეთის გარე ნაწილის ნამრავლს მკვეთზე. შესაბამისად,

შეიძლება ამოცანა მათემატიკურადაც წარმოვადგინოთ. ამის შემდეგ მოცემული თეორემის დამტკიცება სახელმძღვანელოში, მოცემულია ხელოვნური გზით (სინთეზი). ამიტომ მოსწავლეებისათვის ძნელი მისახვედრია, რატომ უნდა გაევლოთ ქორდები. ამასთან ეს იწვევს მათ გარკვეულ „პროტესტს“. რატომ თავად ვერ მიხვდა ამ ქორდების გავლების აუცილებლობას.

თუ ჩავატარებთ აღმავალ ანალიზს, ე.ი., დავუშვებთ, რომ სამართლიანია დასამტკიცებელი, მაშინ მოცემული მათემატიკური წარმოდგენიდან გადავალთ ახალ წარმოდგენაზე, რომლიდანაც შეიძლება დავასკვნათ, რომ მოცემული თეორემის დამტკიცება ნიშნავს დავამტკიცოთ სამკუთხედთა მსგავსება. სწორედ ეს „გვკარნახობს“, გავაჩინოთ ნახაზზე შესაბამისი სამკუთხედები.

მესამე პარაგრაფში-„საწინააღმდეგოს დაშვების მეთოდი“-განმარტებულია მისი არსი. გარკვეულწილად ჩვენ მიერ სრულყოფილია აღნიშნული მეთოდი. კერძოდ, ვთქვათ, მოგვეთხოვება A წინადადების სამართლიანობის დამტკიცება. დავუშვათ $\bar{A}$ სამართლიანია და მისგან მივიღეთ B ჭეშმარიტი შედეგი $\bar{A} \Rightarrow B$, ამასთან თუ ყველა მსჯელობა შებრუნებადია, მაშინ ჭეშმარიტია $\bar{A}$ და მცდარია A. განხილულია შესაბამისი მაგალითიც.

მეოთხე პარაგრაფში-„ ამოცანათა ამოხსნის ძიება სხვადასხვა მეთოდის კომბინაციით“- წინა თავებში განხილული ზოგიერთი ამოცანა ამოხსნილია სხვადასხვა მეთოდის კომბინაციით. შემოღებულია ე.წ. აზროვნული მოქმედების მეთოდების ცნება და აღნიშნულია, რომ თითოეული მათგანი უნდა გავითვალისწინოთ ყოველი ამოცანის დროს და ისინი უნდა იყოს განუყოფელი ნაწილი ამოხსნის ძიებისას.

ამოხსნილია ერთი ამოცანა ოთხი გზით. ნაჩვენებია, როგორ გვეხმარება აზროვნული მოქმედების მეთოდები ამ ამოცანის ამოხსნის იდეის მოძებნისას.

მეხუთე პარაგრაფში- „ტრიგონომეტრიაში დანაწევრების ფორმაში ანალიზის გამოყენება“, ჩვენ მიერ შემოღებულია გატოლებადი,

გაუტოლებადი და განზოგადებულ გატოლებადი არგუმენტების ცნება. ნაჩვენებია, რა არსებით როლს თამაშობენ აზრობრივი მოქმედების მეთოდები დანაწევრების ფორმის ანალიზთან ერთად ტრიგონომეტრიული ამოცანების ამოხსნისას. განხილულია შესაბამისი მაგალითებიც.

მეექვსე პარაგრაფში- “ ზოგიერთი კონკრეტული მეთოდი“- განხილულია შევსებისა და სახელწოდების შეცვლის (გადარქმევის) მეთოდები.

პლანიმეტრიული ამოცანების ამოხსნისას ისინი მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ. შევსების მეთოდი გულისხმობს ნახაზის შევსებას იმ სიდიდეებით, რომლებიც მოცემულია ცხადი, თუ არაცხადი სახით. ასევე უცნობი გვერდებისა და კუთხეების გადატანას ნახაზზე მათი დაახლოების მიზნით.

სახელწოდების შეცვლის (გადარქმევის) მეთოდი გულისხმობს ერთი ფიგურის ელემენტების განხილვას მეორე ფიგურასთან (ან ფიგურის ელემენტთან) მიმართებაში, რაც თავისთავად იწვევს სახელწოდების შეცვლას.

მაგალითად, ვთქვათ გვაქვს ასეთი სიტუაცია: ABC სამკუთხედში ჩახაზულია წრეწირი. Aწვეროდან გავლებული წრფე გაივლის წრეწირის ცენტრში და BC გვერდს კვეთს Kწერტილში.

მეშვიდე პარაგრაფში-„თეორემის აგებულების გამოყენება ამოცანების ამოხსნის ძიებისას“- განხილულია ოთხივე სახის თეორემა.

საზოგადოდ პირდაპირი და შებრუნებული თეორემა ერთდროულად ჭეშმარიტი (ე.ი. ექვივალენტური) არ არის, მაგრამ ზოგჯერ შებრუნებული თეორემის (ამოცანის) განხილვა გვკარნახობს მოცემული ამოცანის ამოხსნის ძიების იდეას. ამას შეიძლება ვუწოდოთ შებრუნებული ამოცანის მეთოდი.

მეცხრე პარაგრაფში-„სტერეომეტრიული ამოცანების ამოხსნა პლანიმეტრიულ ამოცანებზე დაყვანის მეთოდი“-ნაჩვენებია, როგორ შეიძლება გაადვილდეს ამოცანის ამოხსნის მოძებნა, როდესაც ვფლობთ ამოცანის სტრუქტურას.

საბოლოო დასკვნები

1. მასწავლებელმა მოსწავლეები აქტიურ აზროზრივ საქმიანობაში უნდა ჩართოს. ცოდნის ყოველი სტრუქტურა უნდა იწყებოდეს პრობლემის დასმით, რაც მოსწავლეს აიძულებს იფიქროს და შემოქმედებითად გადაამუშაოს მანამდე მიღებული ცოდნა.

სტანდარტული ამოცანები და თეორიული მასალა მოსწავლეებს თადაპირველად უნდა მიეწოდოს, როგორც გარკვეული პრობლემა, რომელთა ამოხსნის შემდეგ მოსწავლეები დაადგენენ საერთო კანონზომიერებას, ფორმულას, წესს, მათი ამოხსნის ალგორითმს.

აქტიური აზროზრივი საქმიანობა იზრდება, როდესაც მოსწავლეები მასალის გაცნობასთან ერთად ასრულებენ კონკრეტულ დავალებას, რომელიც მათ ეხმარებათ მასალის გაგებაში.

2. მოსწავლეები უნდა დავაუფლოთ ამოცანის მათემატიკურ წარმოდგენას, მის განზოგადებას, ამოცანის სტრუქტურას, მის გაფართოებას, მისი ელემენტების გამოყოფას, მათ თვისებებს, რომლებიც მოსწავლეებს შეუქმნის საფუძველს, ჩაერთონ პირადი კვლევა--ძიების პროცესში, თვითონ გააკეთონ „აღმოჩენები“.

3. მოსწავლეებს უნდა ვასწავლოთ, რომ მაქსიმალურად შეძლონ თითოეული ამოცანის განმავითარებელი თვისების (პოტენციის) გამოვლინება (ეს ეხება თეორიულ მასალასაც), რომელიც მათ უფრო რთული ამოცანების ამოხსნის წარმატებული ძიებისათვის მყარ საფუძველს შეუქმნის.

4. მოსწავლეებს ვასწავლოთ ანალიზური და სინთეზური მეთოდები, მათი გამოყენება, მათდამი ახალი მიდგომები.

კერძოდ, დამავალ ანალიზს შეუძლია ამოცანა გადაწყვიტოს იმ შემთხვევაშიც, თუ შედეგად მიღებულია ჭეშმარიტი შედეგი და ყველა მსჯელობა შებრუნებულია. ამასთან, დამავალმა ანალიზმა, შესაძლოა, საკითხი ვერ გადაწყვიტოს, მაგრამ მისმა ჩატარებამ გვიკარნახოს ამოცანის ამოხსნის გარკვეული იდეა, რომელიც შემდეგში ამოცანის ამოხსნის ძიებას გაამარტივებს.

5. მოსწავლეებს შევასწავლოთ შევსებისა და სახელწოდების შეცვლისა და მათი განზოგადებული მეთოდები, დავაუფლოთ ისინი მათ პრაქტიკულ გამოყენებას.

6. მოსწავლეებს ვასწავლოთ თეორემის აგებულება, რათა წარმატებით შეძლონ მისი გამოყენება ამოცანის ამოხსნის ძიებისას. ამასთანავე, საჭიროა მოსწავლეებს გავაცნოთ შებრუნებული ამოცანის განხილვის მნიშვნელობა. კერძოდ, ზოგჯერ შეიძლება შებრუნებულმა ამოცანის განხილვამ გვიკარნახოს თავდაპირველი ამოცანის ამოხსნის იდეა.

7. მოსწავლეებს გავაცნოთ გატოლებადი და გაუტოლებადი არგუმენტების არსი, რომლებიც ანალიზთან ერთად ტრიგონომეტრიული ამოცანების ამოხსნის ეფექტური საშუალებაა.

8. მოსწავლეები უნდა მივაჩვიოთ, რომ ამოცანის ამოხსნის ძიებისას თითოეული ნაბიჯი იყოს გააზრებული, ახსნილი, აზროზრივ მოქმედებაზე დამყარებული, შეეძლოთ გარკვეული შედეგის განჭვრეტა, პროგნოზირება, ლოგიკური დასაბუთება, ერთი ამოცანის მეორესთან დაკავშირება.მოკლედ რომ ვთქვათ, უნდა ვეცადოთ მოსწავლეებს ჩამოუყალიბდეთ მათემატიკური აზროვნების კომპონენტები.

გამოკვლევის შედეგები ადასტურებს ჰიპოტეზას, რომ ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენისა და სტრუქტურის შესწავლა, საყოველთაოდ ცნობილი და ჩვენს მიერ შემუშავებული ამოცანის ამოხსნის ძიების მეთოდების სკოლაში განხილვა და ამ მეთოდებისადმი ახალი მიდგომები საშუალებას იძლევა მნიშვნელოვნად ამაღლდეს სწავლების ეფექტურობა და ხარისხი, სწავლება წარიმართოს მოსწავლეთა აქტიურ–შემოქმედებითი მუშაობით, მათი დამოუკიდებელი ძიებებისა და სხვადასხვა აღმოჩენების გზით, ანუ, განხორციელდეს შემოქმედებითი განმავითარებელი სწავლება.

სასკოლო რეფორმის ძირითადი მიმართულება მოითხოვს თეორიული ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენების უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბებას. მათემატიკაში ეს მიიღწევა განხილული მეთოდების შესწავლით.

პედაგოგიურმა ექსპერიმენტმა აჩვენა, რომ სწავლების პროცესი, რომელიც მიმდინარეობდა ჩვენ მიერ შემუშავებული მეთოდიკით, მოსწავლეებში ამაღლებს ამოცანებისადმი (საერთოდ მათემატიკისადმი) ინტერესს, განუმტკიცებს საკუთარი თავის რწმენას და რადგან ეს ცოდნა მყარად არის გამჯდარი მოსწავლეებში, ქმნის საფუძველს მათემატიკის შემდგომი შესწავლისათვის.

დისერტაციის შედეგები გამოქვეყნებულია დისერტანტის შემდეგ პუბლიკაციებში:

1. ტრიგონომეტრიულ განტოლებათა ამოხსნა არგუმენტთა გატოლების ხერხით, საქართველოს მეცნიერებათა აღორძინების ფონდის პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი", №2(5), თბილისი, 1999 წელი, გვ.182-185.

2. პლანიმეტრიული ამოცანების ამოხსნის ორი განსხვავებული მეთოდი, საქართველოს მეცნიერებათა აღორძინების ფონდის პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი", №2 (5), თბილისი, 1999 წელი, გვ.186-189.

3. სტერეომეტრიული ამოცანების ამოხსნა პლანიმეტრიულ ამოცანებზე დაყვანის მეთოდით, საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი", №3(11), თბილისი 2001 წელი, გვ.135-138.

4. პლანიმეტრიული ამოცანების ამოხსნის შევსებისა და სახელწოდების შეცვლის მეთოდების განსაზღვრა, საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი", №3 (11), თბილისი, 2001 წელი, გვ.139-142.

5. ზოგიერთი საკითხი მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნების განვითარების შესახებ, ქ. ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა, 2002 წელი, 64 გვ. (თანაავტორები: ბუჭუხიშვილი მ., კაკუშაძე ნ., მეფისაშვილი მ.).

6. ამოცანის სტრუქტურა, საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ქუთაისის სამეცნიერო ცენტრის შრომები, IX, „მეცნიერება", თბილისი, 2004 წელი, გვ. 80-83.

7. ამოცანის სტრუქტურის გამოყენება ამოხსნის ძიებისას, საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ქუთაისის სამეცნიერო ცენტრის შრომები, IX, „მეცნიერება", თბილისი, 2004 წელი, გვ. 84-88.

8. საწინააღმდეგოს დაშვების მეთოდი, საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ქუთაისის სამეცნიერო ცენტრის შრომები, IX, „მეცნიერება", თბილისი, 2004 წელი, გვ. 90-92.

9. ამოცანების ამოხსნის ძიება სხვადასხვა მეთოდის კომბინაციით, საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ქუთაისის სამეცნიერო ცენტრის შრომები, IX, „მეცნიერება", თბილისი, 2004 წელი, გვ. 93-98.

10. ამოცანების ამოხსნა აღმავალი და დამავალი ანალიზის საშუალებით, საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ქუთაისის სამეცნიერო ცენტრის შრომები, IX, „მეცნიერება", თბილისი, 2004 წელი, გვ. 99-104.

11. აღმავალი და დამავალი ანალიზის გამოყენება გეომეტრიული თეორემების დამტკიცებისას, "ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში", 2005 წელი, №121, გვ. 46-47.

Кутаисский государственный университет
имени Акакия Церетели

На правах
рукописи

Дмитрий Гошхетелиани

Повышение эффективности обучения математике
на третьей ступени средней школы

Автореферат

диссертации на соискание академической степени
доктора просвещения

Кутаиси
2010

Труд выполнен в государственном университете
имени Акакия Церетели

Научные руководители :

Гигла Ониани, академик Академии наук просвещения Грузии, доктор педагогических наук, полный профессор государственного университета имени Акакия Церетели;

Николай Нуцубидзе, кандидат философских наук

Официальные оценители :

Сергей Топуриа, доктор физико-математических наук, полный профессор Грузинского технического университета;

Тамаз Моралишвили, доктор педагогических наук, полный профессор государственного университета имени Акакия Церетели

Защита диссертации состоится "-----" Марта 2010 г. "-----" часов на заседании диссертационного совета педагогического факультета государственного университета имени Акакия Церетели

Адрес :4600 , Кутаиси, ул. Тамар мепе. №59 аудитория №____

Автореферат разослан «-------- « февраля 2010 г.

Ознакомление с диссертацией возможно в научной библиотеке государственного университета имени Акакия Церетели.
Адрес: 4600, Кутаиси, ул.Тамар мепе №59.

Ученый секретарь диссертационного
совета, доктор просвещения,
ассоциированный профессор Имер Басиладзе

I. Общая характеристика труда

Актуальность темы. Общеобразовательная школа переходит на новый этап своего развития, что в корне меняет ее. Уже начата радикальная реформа, которая охватывает не только создание новой законодательной базы и законополагающих нормативных документов, но и новые подходы к учению и обучению.

Повышение эффективности и качества в обучении математике всегда являлось основной задачей средней школы. Однако, для ее осуществления часто прибегали к неверному пути, особенно в течение последних двух десятилетий. Весь недостаток обучения состоял в том, что неверно было осмыслено, что значит реальное знание математики и как должен осуществляться процесс приобретения этого знания.

Реальное знание математики не значит "загрузки" в память готовых формул, теорем и задач.

Проводимые на протяжении многих лет в высших учебных заведениях приемные экзамены с течением времени "выродились". Они стали проверкой не действительного знания и развития абитуриента, а только установкой того, как специально натренирована личность к экзамену. Поэтому, писались различные усложненные задачи, решение которых требовало только искусственных технических манипуляций.

Ежегодно печатались сборники задач приемных экзаменов прошлых лет. Это вызвало неправомерный рост количества сборников и задач.

Попавшие в этот хаотический "карнавал" сборников и задач абитуриенты и их учителя \репетиторы\ для выхода из сложного положения нашли "научный" выход - всеми средствами старались дать ученикам решать как можно больше задач и примеров теми мотивами, что "подобные им будут на экзаменах".

Такая вредная практика абсолютно игнорировала проблемные подходы и элементы анализа. Довольно часто задание по математике состояло из нескольких десятков конкурсных задач, что вызывало большую психо-эмоциональную перегрузку молодежи.В школе также происходило решение как можно большего количества задач без всякого глубокого осмысления и анализирования, с единственной целью - специально, механически натренировать учащегося на решение этих задач с помощью технических манипуляций.

С одной стороны, это имело отрицательное влияние на психику ученика, с другой стороны, подобное знание было настолько формально "закреплено" в сознании абитуриента, что и в случае успешной сдачи приемных экзаменов, через некоторое время оно забывалось.Часто,впоследствии, абитуриентам было затруднительно учиться в высших учебных заведениях.

Значит, знание отождествлено или только с информированностью, или только в натренированности в искусственно усложненных схоластических манипуляциях.

Соответственно, обучение математике отождествлено с огромным количеством информации \формулы, правила, теоремы\, изъятым из различных сборников большим количеством задач и "перегрузкой" сознания техническими манипуляциями для их решения, кроме того, специальной тренировкой учащегося к экзаменам с помощью этих задач и информацией.Такой подход к знанию и обучению математики, мягко говоря, неверный.

К сожалению, это правило действовало на протяжении многих лет и наложило большой отпечаток на правильное развитие учащихся. Исходя из вышеозначенной проблемы, мы начали поиск иного пути выхода из положения. Этот путь проходит через всю тему диссертационной работы.Именно актуальность темы определяют общеизвестные методы поиска решения задач в средних школах, обязательность изучения разработанных приемов и правил и разработка методики их применения на уроке математики.

Объектом исследования является процесс обучения учащихся поиску решения планиметрических и тригонометрических задач в курсе математики средней школы.

Предметом исследования является обучение учащихся математическому представлению и структуре задачи, ознакомление и планомерное обучение общеизвестным и разработанным нами приемам поиска решения планиметрических и тригонометрических задач.

Целью исследования является выработка у школьников навыка достижения математического представления задачи , его обобщения, проникновения в структуру задачи, выработка методики общеизвестных и разработанных нами правил и приемов поиска решения задач и обоснование того, что их обучение возможно и обязательно.

Гипотеза исследования. Изучение математического представления и структуры задачи,ознакомление с общеизвестными и разработанными нами методами поиска решения задачи, изучение новых подходов к этим методам и их обсуждение в школе, дают возможность значительно повысить эффективность и качество обучения, процесс обучения будет проходить в активной творческой работе учащихся, путем самостоятельных поисков различного рода открытий. А это уже является проблемно-эвристическим, творчески развивающим обучением.

Поставленная цель и гипотеза определили следующие задачи исследования :

1. Изучение состояния теории и практики обучения планиметрии и тригонометрии в средней школе.

2. Присуждение максимально развивающей функции задачам, которые входят в учебники средней школы \именно такое свойство придают задаче математическое представление, структура и изучение их свойств \, что впоследствии должно обеспечить формирование приемов поиска решения более сложных задач.

3. Разработка методики обучения поиску решения планиметрических и тригонометрических задач и проверка ее эффективности.

4. Творчески-развивающее обучение учащихся с помощью математического представления и структуры задачи, а также с помощью общеизвестных и разработанных нами методов и проверка их эффективности.

Научная новизна исследования заключается в том. что обоснованы возможность и необходимость глубокого изучения в учебном процессе математического представления и структуры задачи, выявление учащимися их свойств. Обоснованы пригодность и значение некоторых общеизвестных методов в поиске решения задачи даже в тех случаях, когда сам данный метод эту задачу не решает. Это значение состоит в том, что иногда какой-либо метод не может обеспечить решения задачи, но может "подсказать" идею решения.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что создана научно-обоснованная теория обучения поиску решения геометрических и тригонометрических задач на уроке. Разработаны новые пути подхода к обучению общеизвестным методам, особенно некоторым конкретным методам, которые лучше проясняют аналитико-синтетический метод.

Практическая значимость исследования определяется тем, что навык овладения математическим представлением и структурой задачи, обсужденные методы поиска решения задачи и новые подходы к ним повышают уровень знаний учащихся, развивают самостоятельное мышление, дают возможность активно-творческого подхода к решению задачи.

На защиту нами выносятся следующие положения и выводы :

1. Изучение математического представления и структуры задачи, новые подходы к общеизвестным методам : "аналитическому и синтетическому" , "восходящему и нисходящему анализу " , " методу допуска противоположного" , а также изучение " метода изменения заглавия и метода восполнения " , отвечают требованиям современной школы, что заключается в овладении учащимися проблемно-эвристическими и творческими умениями и навыками.

2. Изучение обозначенных вышеупомянутых методов способствует повышению уровня математических знаний учащихся, развивает у них активное творческое мышление.

3. Необходимо обеспечить полное выявление развивающего свойства \потенции\ каждой задачи \ это касается и задач школьных учебников\ , что достижимо при помощи обсужденных методов.

4. Обсуждение сравнительно небольшого количества задач вышеозначенными методами дает положительный результат. В частности, развивает у учащихся умения и навыки активного творческого мышления.

Апробация труда. Основные результаты диссертации сообщались постоянно действующим семинарам департаментов математики, методики обучения математике и вычислительным методам государственного университета имени Акакия Церетели в 2005-2009 годах, съезду математиков Грузии \Батуми, 2009 год\ .

В окончательном виде диссертация была обсуждена и рецензирована на объединенном заседании департаментов методики обучения и педагогики государственного университета имени Акакия Церетели.

Объем и структура труда состоят из введения, четырех глав, в целом 17 параграфов, 113 чертежей , 6 графиков, заключительных выводов в конце каждой главы, педагогического эксперимента, общих выводов и списка цитируемой литературы. Всего 149 страниц.

Большинство из рассмотренных в труде задач сложные или усложненные \ в основном взяты из журнала " Квант" \ . Из приведенных в диссертации задач ясно видно, насколько предложенные нами методы упрощают поиск решения задачи и делают доступным решение таких задач для учащихся со средней успеваемостью.

II. Основное содержание труда

Во введении обоснована актуальность темы исследования, определены объект, предмет, цель и задачи. Высказана гипотеза, Обоснованы научная новизна работы, ее теоретическая и практическая значимость.

Глава первая- "Теоретические и педагогико-психологические основы обучения поиску решения задачи" - состоит из трех параграфов.

В первом параграфе - "Педагогико-психологические основы обучения математике" - рассмотрена различная психологическая литература.

Отмечено, что в процессе усвоения учащимися знаний мышлению отводится ведущая роль, так как всякий материал только тогда превращается в знание, когда он понятен ученику. А понимание является функцией только лишь мышления.

Понимание изучаемого материала, которое имеет такое решающее значение, требует от ученика, в большей мере, интенсивного, напряженного умственного труда. Поэтому нужна актуализация интеллектуальных сил, а не механическое заучивание материала. В математике без понимания продвижение вперед почти невозможно.

Для того , чтобы обучение математике проходило на уровне мышления, понятливости и , в то же время, приводило бы к развитию мышления, для этого обязательно, чтобы учителя знали общие особенности психологического и возрастного развития мышления учащихся.

Как только ученик сталкивается с новой, неизвестной ему задачей, он сразу же приступает к мыслительному процессу. Без проблемы мыслительный процесс не начинается.

Одной из основных задач учителя является то, чтобы учащиеся усвоили учебный материал на уровне понимания, а для этого обязательна актуализация мышления. Обучение каждой новой структуре знания нужно начинать с постановки проблемы. Обучение материалу \решению задач\ нужно понимать как обучение мыслительной деятельности, которая осуществляется в процессе изучения материала \решения задачи\. Мы должны понимать обучение учащегося мыслительной деятельности не как заучивание готовых формул и теорем, которые неспособны в достаточной мере развить творческое мышление ученика, а так , чтобы ученик принимал непосредственное, активное участие в доказательстве этих теорем и формул. Урок математики должен проходить так, чтобы он развивал активную мыслительную деятельность учащихся.

Активная мыслительная деятельность учащихся повышается, если учащиеся наряду с ознакомлением с материалом, решают конкретную задачу , которая направлена на понимание этого материала.

<u>Во втором параграфе</u>- "Суть психологического подхода к понятию задачи" - отмечается, что понятие "задача" в психологических исследованиях рассматривается как объект мышления. В процессе решения задачи мышление проявляется в виде особой деятельности и появляется возможность осуществить

планирование и описание деятельности субъекта, как единая система процессов решения разнообразных задач.

Процесс решения задачи тесно связан с формированием таких навыков мышления, как : анализ, синтез, обобщение, абстракция и др.

Ход решения задач, в первую очередь, определяется самой задачей, которая какими-то путями создает начальную детерминацию мышления. Детерминация мышления осуществляется как процесс и ее формирование происходит непрерывно. По мнению психолога К.Славской, "принцип "детерминизма" исходит как общий методологический принцип исследования в любой отрасли, в любой науке".

Искомое всегда находится в определенной зависимости от данного. Именно эта зависимость является той основной направленностью задачи,которая производит детерминацию всего процесса ее решения.

Г.Балл указывает, что в психологической и педагогической литературе термин " задача" используется для обозначения тех объектов, которые впоследствии относятся к трем категориям :

1.К категории цели действия, потребности.

2.К категории той ситуации,которая вместе с целью включает и те условия, при которых должна быть доступна цель.

3.К словесной формулировке категории этой ситуации.

По мнению Л.Гуровой, "задача - это объект мыслительной деятельности, которая содержит требования на перестройку какого-либо практического характера или ответа на теоретический вопрос с учетом тех условий, которые помогают в раскрытии существующих связей между известными и неизвестными элементами".

Ряд авторов включает субъект в понятие задачи. Они рассматривают задачу, как ситуацию, в которой должен действовать субъект.По их мнению, без субъекта не существует задачи.

А.Матюшкин не включает лицо, субъект в понятие задачи. "Проблемная ситуация " и "задача" - понятия различные.

По такому подходу задача рассматривается как реальная система, которая для собственной характеристики не требует действия субъекта.

<u>В третьем параграфе</u>-"Алгоритмический и эвристический методы решения задачи" - отмечены стандартные и нестандартные виды задач. В частности, стандартной считается та задача, алгоритм решения которой известен, значит, она принадлежит к определенному классу одного типа.

Если задачу нельзя соотнести ни к одному из этих классов, тогда ее называют нестандартной.

Основная сложность решения нестандартных задач заключается в том, что не существует такого общего метода \алгоритма\ , знание которого дало бы гарантию решения любой задачи. Обучение решению нестандартных задач, в большинстве своем, представляет развивающее обучение.

Одним из основных методов обучения математике считается эвристический метод. В психологии считается, что эвристика - это обучение творческому мышлению, в педагогике под эвристикой подразумевают методы и приемы решения задач. В обучении математике эвристическим считается метод, когда учитель не знакомит учащихся с готовыми фактами, а с помощью соответствующих предложений и правил подводит их к открытию.

В связи с решением задач, мы можем выделить три вида ситуации обучения :

1. Решение стандартных задач, общий метод \ алгоритм \ решения которых пока неизвестен.;

2. Решение стандартных задач, общий метод \ алгоритм \ решения которых уже известен учащимся ;

3. Решение нестандартных задач.

Первую и третью ситуации можно отождествить по тому подобию, что в обоих случаях нам приходится искать решение задачи. Различие состоит лишь в том, что в первой ситуации поиск всегда приводит к нахождению общего метода \алгоритма\. При рассматривании алгоритмических задач необходимо так ориентировать стратегию обучения, чтобы учащиеся сами находили \в случае необходимости - с помощью учителя\ общий метод решения данного типа задач, а позже смогли бы использовать \применять\ его.

При рассматривании неалгоритмических \нестандартных\ задач, стратегия обучения должна быть направлена на обучение методов поиска решения , при котором ученик должен быть активно включен в мыслительную деятельность \мыслил бы активно\ .

<u>Глава вторая</u>- " Математическое представление задач и ее применение в процессе поиска решения" - состоит из трех параграфов.

<u>В первом параграфе</u>- "Математическое представление задачи"- отмечается, что в процессе решения любой задачи можно выделить два момента : представление задачи и поиск решения. Математическое представление задачи имеет большое значение, так как от нее зависит поиск решения.

Одну и ту же задачу можно представить по-разному. В частности, математическое представление задачи зависит от уровня математических знаний учащегося. Допустим, что в условиях задачи упомянуты данные $A_1, A_2, \cdots A_n$. По этим данным мы составили чертеж, тогда величина $(A_1, A_2, \cdots A_n)$ вместе с чертежом называется математическим представлением задачи, отмечаем ее как P.

Математическое представление задачи зависит от знания теоретического материала. В частности, если мы имеем систему теоретических знаний U_i и U_j, вместе с тем , $U_i \subset U_j$, тогда, соответственно, $P_i \subset P_j$.

Вообще, ученик начинает поиск решения после математического представления задачи. Для этого он воспользуется различными подмножествами данного математического представления, с помощью которых он найдет разные величины, зависимости.

В процессе поиска решения, возможно, иногда нахождение таких величин и зависимостей, которые в задаче не нужны, поэтому надо, чтобы учащиеся привыкли к тому, чтобы смочь проанализировать направление поиска решения задачи; осмыслили, какое из этих направлений перспективно, какие теоремы и свойства необходимо применить, какими подмножествами математического представления нужно воспользоваться, чтобы найти разные величины и - с их помощью - искомое.

В этом параграфе рассматривается несколько конкретных задач. Некоторые задачи решаются непосредственно с помощью математического представления, а некоторые требуют дополнительного поиска и нахождения новых зависимостей.

<u>Во втором параграфе</u>- "Обобщенное математическое представление задачи" - разъясняется его суть. В частности, допустим, что у нас имеется математическое представление задачи $R_m = (A_1, A_2, \dots A_m, \text{ чертеж } n)$.

В множестве $R_{m+k} = (A_1, A_2, \dots A_m, A_{m+1}, \dots, A_{m+k}, \text{ чертеж } n')$, где каждое из представлений $A_m, A_{m+1}, \dots A_{m+k}$ получается из подмножеств математических представлений P_m, а чертеж n' возможным обозначением математического представления $A_{m+1}, \dots, A_{m+k}$ на чертеж n- называется обобщенным математическим представлением данного математического представления.

После обсуждения задач, мы приходим к выводу, что поиск решения задачи стал возможным следующим образом :

а) мы осуществили математическое представление задачи и она была решена ;

б) мы осуществили обобщенное математическое представление задачи и она была решена ;

в) если в означенных случаях задачу решить не удалось, тогда мы используем обобщенное математическое представление, с ее помощью ищем решение и , возможно, задача будет решена .

Иногда и этим путем задача не решается. В этом случае, естественно, встает вопрос - провести на чертеже дополнительные построения, то есть - изменить чертеж \структуру задачи\, которая даст возможность решить задачу. Об этом будет отмечено в третьей главе.

Примечание: Дополнительное построение, изменение чертежа зависят от находчивости,смышленности, интуиции, прогнозирования \эти вопросы даются в III главе\ .

<u>В третьем параграфе</u> - "Развитие самостоятельного мышления учащихся при помощи обучения математическому представлению задачи" - отмечается, что известный математик и педагог Д.Пойя сформировал общие вопросы решения задачи, которые объединяют четыре этапа, каждый из этапов характеризуется сложностью, с которой сталкивается учащийся в ходе поиска решения задачи.

Для того, чтобы развить у учащихся самостоятельное мышление, выработать навык самостоятельного решения задачи, необходимо осуществить процесс восприятия содержания каждого этапа, рассмотреть те трудности, которые могут возникнуть на этих этапах.

На основании проведенных психологами и педагогами-методистами исследований признано, что восприятие учащимися материала происходит лучше не с опорой на учебник или после беседы учителя, а тогда, когда учащийся включен в личный процесс поиска-исследования, во время которого он может свободно развить свою творческую деятельность.

Именно с личным исследованием имеем мы дело, когда он математически представляет задачу и после этого ищет ее обобщения, когда ученик способен установить свойства математического представления задачи, выделить из нее нужные фигуры и установить их свойства.

Особенно помогает математическое представление задачи в преодолении тех сложностей, которые характерны для первого этапа схемы поиска решения задачи, то есть "постановка задачи и хорошее усвоение ее содержания".

Первая сложность: иногда задача сформулирована так, что сразу не видно \ непонятно учащимся \,на какой основной фигуре необходимо строить чертеж.

Вторая сложность: иногда условие задачи сформулировано так, что нет буквенных обозначений и эта задача становится сложной для понимания учащихся.

Третья сложность: иногда задача так сложно сформулирована, что невозможно построить единый чертеж или очень сложно его построить. Это, в свою очередь, затрудняет осмысление задачи и, поэтому, вопрос поиска решения задачи в этом случае осложнен, иногда - невозможен.

Четвертая сложность заключается в том, что в условии задачи существуют зависимости, иногда и то, о чем нас спрашивают и с одного взгляда их не видно.

Из приведенных примеров видно, что эти сложности можно преодолеть математическим представлением задачи.

Рассмотрены пути преодоления этих сложностей.

В этой главе рассмотрены планиметрические задачи, в которых широко применяется математическое представление задачи и поиск решения с ее помощью.

Вместе с тем, надо отметить, что из этих задач седьмая и восьмая решены различными путями (седьмая - тремя, а восьмая - четырьмя путями).

Третья глава-"Структура задачи" - состоит из трех параграфов.

В первом параграфе- "Понятие структуры"- рассматривается вопрос о том, что для лучшего понимания задачи, для лучшего проведения процесса поиска решения задачи, необходимо, чтобы

учащиеся овладели процессом выявления присутствующих в задаче объектов и выявлением отношений между этими объектами

Допустим, в множестве M, между элементами существуют отношения S. Множеству M с существующими в ней отношениями S называют структурой множества и обозначают (M,S), а множество, каждый элемент которой показывает свойства, отношения, полученные множеством M посредством отношений S между объектами - называют свойствами структуры (M,S). Обозначим $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$. n показывает количество этих свойств, отношений. Множество (M,S) вместе с множеством P называется математическим описанием данной задачи и обозначается (M,S,P).

Если в множестве M создадим дополнительный элемент, то есть множество M заменим множеством $M' \supset M$, тогда, очевидно, ожидается возникновение дополнительных отношений, также множество P может расшириться до P', так что , $P' \supset P$.

Обозначим теоретический материал через U_n, который помещен в учебник, включая параграф n. Если $U_n \subset U_m$, тогда $P \cap U_n \subset P \cap U_m$ и $(M,S,P \cap U_n) \subset (M,S,P \cap U_m)$, здесь $P \cap U_n$ обозначает свойства структуры задачи в множестве U_nтеоретических знаний. $(M,S,P \cap U_n)$ обозначает описание математической ситуации задачи в теоретической множестве U_n.

В данной математической ситуации \предложении\ учащиеся должны овладеть выделением входящих в нее множеств \объектов\, затем установлением отношений между ними и , соответственно, нахождением свойств структуры, что имеет большое значение с точки зрения обучения. Сама " математика - это наука о математических структурах, которые, прежде всего, являются множествами с данными им отношениями".

С точки зрения обучения должны так научить учащихся выделению структуры по данной математической структуре и с ее помощью выводу свойств этой структуры, чтобы они могли самостоятельно производить эти действия.

У.Рейтман замечает, "...... если мы попытаемся понять, как люди решают того или иного вида задачи, мы должны обязательно иметь четкое представление о структуре решаемой задачи" .

Рассматривается задача, которая решается следующим образом : или увеличим множество теоретических материалов, или в множестве M создадим дополнительные элементы, то есть, перейдем к такой $M' \supset M$, чтобы задача решалась в первоначальном множестве теоретических материалов. Например, у нас есть остроугольный ΔABC и известно, что $AB = c$, $AC = b$, $\angle A = \alpha$. Решим этот треугольник. Эту задачу со структурой $(M, S) \cap U_7$ и ее свойствами мы решить не сможем, а со структурой $(M, S) \cap U_{11}$ и соответствующими ее свойствами, решим, или перейдем к множеству $M' \supset M$, такой, где со структурой $(M', S') \cap U_7$ и соответствующими ей свойствами задача будет решена \достаточно провести высоту из B\ .

<u>Во втором параграфе</u>- "Применение структуры задачи при поиске решения задачи" - рассматривается решение задач.

Вместе с тем отмечено, что иногда задача решается по первоначальной структуре, а иногда необходимо ее р асширить. Есть задачи, которые сложно решать по первоначальной структуре, а при расширении структуры - сравнительно легко. Рассмотрены конкретные задачи и показано, как помогают структура задачи и свойства этой структуры в поиске решения.

Во время поиска решения задачи мы сталкиваемся с необходимостью описания \ составления \ полученных в результате ситуации задачи множества объекта, его структуры и установления свойств структуры.

Здесь же необходимо отметить, что, возможно, может не понадобиться математическое описание и структура данной в

совершенстве задачи, а может понадобиться всего лишь какое-либо его подмножество.

В этом параграфе представлены задача 9, задача 10, задача 11. Каждая из них решена тремя путями.

Примечание : Как отмечено во второй главе, дополнительное построение, изменение чертежа, зависят от находчивости, сообразительности, интуиции, прогнозирования. Выделение объектов задачи и установление между ними отношений повышает вероятность того, что все это можно успешно осуществить.

При овладении \ изучении\ структурой задачи и их свойствами возрастает вероятность их решения. Вместе с тем, что самое главное, означенный подход к задаче ведет к разным идеям, дает возможность делать различные маленькие открытия, выработать и обнаружить разнообразные приемы, которые можно использовать при решении разных задач. Такая работа является творческой даже в тех случаях, когда задачу решить не удается. Также необходимо отметить, что часто решение одной задачи несколькими путями полезнее, чем решение нескольких задач одним путем. В это время максимально проявляется развивающее свойство каждой задачи, происходит актуализация математических знаний учащихся и повышается интерес к предмету. Кроме того, глубоко усваиваем и можем выявить отношения между объектами, что создает основу успешного осуществления решения других задач.

<u>В третьем параграфе</u>- "Изучение структуры задачи \ пример трапеции \" - указано, что в процессе изучения математики необходимо, чтобы учитель широко применял принцип активного обучения, когда у учащегося будет возможность обнаруживать математические закономерности.

В психологии известна основная закономерность памяти : " если защищены два условия : учащиеся выполняют активную мыслительную работу над учебным материалом и эта деятельность способствует глубокому пониманию материала, тогда происходит успешное запоминание материала" . Вместе с тем, " в процессе изучения материала применение любого приема мыслительной деятельности приводит к эффективному усвоению материала" .Именно с мыслительной деятельностью имеем мы дело, когда изучаем структуру задачи и выявляем свойства этой структуры.

Обсуждены те основные структуры, которые возможны в случае трапеции.

В конце параграфа обсуждены две задачи, в которых ясно видно, как помогают эти основные структуры в поиске решения задачи. Первая из задач не требует изменения первоначальной структуры \то есть требует только выявления свойств данной структуры\. А вторая задача требует изменения превоначальной структуры, т.е. выявления свойств полученной структуры.

Из решенных задач ясно видно,что, если бы мы знали те основные структуры, которые могут иметь место в случае с трапецией, тогда решение этих задач не составило бы большого труда.

Чтобы нам не пришлось повторять обсужденного в главе I вопроса, разъясним понятие проблемной ситуации. С учетом мнений разных ученых и исследователей, множество, которое состоит из элементов, от отношений между этими элементами, то есть от свойств этих элементов, называется системой.

В определенных условиях, в сложной системе - человек - ситуация \под ситуацией подразумевается определенная система\ - возникает задача.

Если человеку, вступившему в контакт с ситуацией P, известны все элементы этого множества, все свойства этих элементов, в том числе и отношения, которые являются достаточными для этого множества, как для существования единого целого \то есть как системы \, тогда такую ситуацию P называют стандартной относительно к данному человеку. Если человеку не известны хоть один элемент, хоть одно свойство или отношение, тогда такая ситуация называется проблемной относительно к данному человеку.

Решить задачу-значит преобразовать данную проблемную ситуацию в соответствующую ей стандартную или установить, что такое преобразование в данных условиях - невозможно.

Естественно, что процесс решения задачи определяется как целенаправленная, мыслительная практическая деятельность того человека, который осуществляет решение задачи.

Эвристическая деятельность и эвристические процессы, разумеется, содержат в себе мыслительные операциии. Но, вместе с тем, обладают некоторой спецификой , именно поэтому эвристическая деятельность должна рассматриваться , как такое преобразование мышления человека, которое создает новую систему действий или открывает доселе неизвестные закономерности окружающих его объектов.

Из предыдущих глав \I - III\ и вышесказанного можно заключить, что процесс решения задач - проблемно-эвристическая деятельность.Соответственно, обучение проблемно-эвристично, осуществлению которого способствуют методы поиска решения и новые подходы к этим методам, что делает обучение творчески развивающим. Это рассматривается в главе IV.

<u>Глава четвертая-" Некоторые методы поиска решения задач" -</u> состоит из восьми параграфов.

<u>В первом параграфе</u>- " Анализ и синтез " - передана суть этих методов.Существуют два вида анализа :

а) когда от искомого переходят к данным задачи ;

б) когда целое делят на части.

Соответственно, синтез тоже имеет два вида :

а) когда в задаче от данных переходят к искомому ;

б) когда элементы объединяются в одно целое.

Анализ от искомого к данным тоже бывает двух видов - восходящий и нисходящий.

О нисходящем анализе в методической литературе распространена мысль, что если полученный в конце рассуждения результат истинный - в этом случае нельзя иметь точное мнение об истинности или ошибочности доказываемого. Нами этот вопрос сравнительно усовершенствован \так же в некоторой методической литературе\ : если получен истинный результат, необходимо проверить обратность рассуждения; в частности, если все рассуждения развернуты, тогда доказываемое справедливо. Если среди суждений есть и неразвернутые, необходимо применить другой способ поиска решения задачи. При поиске решения задачи по нисходящему анализу учащимся необходимо объяснить, что неоходимо проводить обратное рассуждение, когда получен исходный результат. Нужно рассмотреть и соответсвующие задачи. Учащиеся не должны думать, что если итог верен, даннная задача тоже верна.

Правда, иногда нисходящий анализ бессилен решить задачу, но его проведение подсказывает \показывает\ определенную идею нахождения решения задачи. Рассмотрены соответствующие примеры. Это - принципиально отличающийся подход к нисходящему анализу, который нигде не встречается в методической литературе.

Восходящий анализ проверке не подлежит, так как , фактически, он используется вместе с аналитическим методом.

Во втором параграфе-"Применение восходящего и нисходящего анализа для доказательства геометрических теорий" -рассмотрены некоторые теории из школьных учебников.

По итогам проведенного педагогического эксперимента мы убедились, что систематическое применение аналитического метода способствовало развитию самостоятельного мышления учащихся.

Например, теорема о проведенной из одной точки относительно окружности касательной и пересекающей справедливо : квадрат касательной равен пересекающей, умноженной на ее же внешнюю часть . Соответственно, можно математически представить задачу. после этого доказательство данной теоремы в учебнике дано

искусственным путем \ синтез \. Поэтому учащимся трудно догадаться, почему они должны были провести хорды. К тому же, это вызывает определенный " протест" с их стороны - почему они сами не догадались о необходимости проведения этих хорд.

Если проведем восходящий анализ, то есть, допустим, что доказываемое справедливо, тогда из полученного математического представления перейдем к новому представлению, из которого можно заключить, что доказательство данной теории значит - доказать сходность треугольников. Именно это "подсказывает" создать на чертеже соответствующие треугольники.

В третьем параграфе - "Метод допуска противоположного" - разъяснена его суть. В какой-то мере нами усовершенствован означенный метод. В частности, допустим, что требуется доказать справедливость предложения A. Допустим, $\bar{A}$ справедливо и из него получена B - истинный результат $\bar{A} \Rightarrow B$, вместе с тем, если все обсуждения обратимы, тогда истинно $\bar{A}$ и ложно A. Рассмотрен и соответствующий пример.

В четвертом параграфе- "Поиск решения задач комбинацией разных методов" - некоторые задачи, рассмотренные в предыдущих главах, решены комбинацией разных методов. Принято так называемое понятие методов мыслительных действий и отмечено, что каждый из них должен быть учтен в каждой задаче и они должны стать неотъемлемой частью при поиске решения.

В пятом параграфе - "Применение анализа в форме разделения на части в тригонометрии" , нами приняты понятия выравнивающих, невыравнивающих и обобщенно- выравнивающих аргументов. Показано, какую существенную роль играют методы мыслительных действий вместе с анализом формы разделения на части при решении тригонометрических задач. Рассмотрены и соответствующие примеры.

В шестом параграфе-"Некоторые конкретные методы"- рассмотрены методы восполнения и изменения названия \переименования\.

Они играют значительную роль при решении планиметрических задач. Метод восполнения подразумевает дополнение чертежа теми величинами, которые даются в очевидном или неочевидном виде, также перенесение неизвестных сторон и углов на чертеж с целью их сближения.

Метод изменения названия \переименования\ подразумевает рассмотрение элементов одной фигуры по отношению к другой \или элементу фигуры\, что, само собой, вызывает изменение названия.

Например, допустим, что существует такая ситуация : в треугольник ABC вписана окружность. Из вершины A прямая проходит через центр окружности и пересекает сторону BC в точке K.

В седьмом параграфе - " Применение построения теоремы при поиске решения задач" - рассмотрены теоремы всех четырех видов.

Вообще, прямая и обратимая теоремы одновременно не бывают истинными \то есть эквивалентными\ , но , иногда рассмотрение обратимой теоремы \задачи\ подсказывает идею поиска решения данной задачи. Это можно назвать методом обратимой задачи.

В восьмом параграфе-"Решение стереометрических задач методом доведения до планиметрических задач"-показано, как можно облегчить поиск решения задач, когда мы владеем структурой задачи.

Заключительные выводы

1. Учитель должен включить учащихся в активную мыслительную деятельность. Каждая структура знания должна начинаться с постановки проблемы, что заставит учащихся думать и творчески перерабатывать полученные ранее знания.

Стандартные задачи и теоретический материал учащимся сначала надо подавать как определенную проблему, после решения которой учащимся установят общую закономерность, формулу, правило, алгоритм их решения.

Активная мыслительная деятельность повышается, когда учащиеся, наряду со знакомством с материалом, выполняют конкретное задание, которое помогает в понимании материала.

2. Мы должны помочь учащимся овладеть математическим представлением задачи, ее обобщением, структурой, ее расширением, выделением ее элементов, их свойств, которые создадут основу учащимся для включения в личный процесс исследования и поиска, самим делать "открытия" .

3. Мы должны научить учащихся, чтобы они максимально могли выявлять \это касается и теоретического материала\ развивающие средства \потенции\ каждой задачи, которые создадут для них твердую основу для успешного поиска решения еще более сложных задач.

4. Обучим учащихся аналитическому и синтетическому методам, их применению, новым подходам к ним.

В частности, нисходящий анализ может решить задачу и в том случае, если в итоге получены истинные результаты и все обсуждения обратимы. Вместе с тем, возможно, нисходящий анализ не решит вопроса, но его проведение подскажет нам определенную идею решения задачи, которое впоследствии упростит поиск их решения.

5. Мы должны научить учащихся методу восполнения и изменения названия, их обобщенным методам, их практическому применению.

6. Научим учащихся построению теоремы, чтобы они смогли успешно применить ее при поиске решения задачи. Вместе с тем, необходимо ознакомить учащихся со значением обратимого рассмотрения задачи. В частности, иногда, возможно, рассмотрение обратимой задачи подскажет идею решения первоначальной задачи.

7. Ознакомим учащихся с сущностью выравнивающих и невыравнивающих аргументов, которые вместе с анализом являются эффективными средствами решения тригонометрических задач.

8. Учащиеся должны привыкнуть, что при поиске решения задачи каждый шаг должен быть продуман, объяснен, основан на мыслительном действии, чтобы они смогли предугадывать определенный результат, прогнозировать, логически обосновывать, связывать одну задачу с другой. Короче говоря, мы должны попытаться, чтобы у учащихся сформировались компоненты математического мышления.

Результаты исследования подтверждают гипотезу о том, что изучение математического представления и структуры задачи , рассмотрение в школе общеизвестных и разработанных нами методов поиска решения задачи и новые подходы к этим методам, дают возможность значительно повысить эффективность и качество обучения, обучение может проводиться в активно- творческой работе учащихся, путем их самостоятельных поисков и разных открытий, то есть осуществляться творчески-развивающее обучение.

Основное направление школьной реформы требует формирования навыков применения теоретических знаний на практике. В математике это достигается изучением рассмотренных методов.

Педагогический эксперимент показал, что в процессе обучения , который протекал по разработанной нами методике, среди учащихся повышается интерес к задачам \ к математике вообще\, укрепляет веру в себя и , так как это знание твердо укрепилось в них, создает основу к дальнейшему изучению математики.

Результаты диссертации опубликованы диссертантом в следующих публикациях :

1. Решение тригонометрических уравнений способом выравнивания аргументов , периодический научный журнал "Интеллект" фонда возрождения наук Грузии, №2 \5\, Тбилиси, 1999 год, стр.182-185.

2. Два различных метода решения планиметрических задач, периодический научный журнал "Интеллект" фонда возрождения наук Грузии, №2\5\, Тбилиси, 1999 год, стр. 186-189.

3. Решение стереометрических задач методом доведения до планиметрических задач, периодический научный журнал "Интеллект" фонда возрождения наук Грузии, №3 \11\, Тбилиси, 2001 год, стр.139-142.

4. Некоторые вопросы развития математического мышления учащихся, издательство Кутаисского государственного университета, 2002 год, стр.64 . \соавторы Бучухишвили М., Какушадзе Н., Меписашвили М.\

5. Определение методов восполнения и изменения названия в решении планиметрических задач, периодический научный журнал

"Интеллект" фонда возрождения наук Грузии , №3\11\, Тбилиси, 2001 год, стр.135-138.

6. Структура задачи, труды Кутаисского научного центра Академии наук Грузии, IX, "Мецниереба", Тбилиси, 2004 год, стр. 80-83.

7. Применение структуры задачи при поиске решения, труды Кутаисского научного центра Академии наук Грузии, IX, "Мецниереба", Тбилиси, 2004 год, стр.84-88.

8. Метод допуска противоположного, труды Кутаисского научного центра Академии наук Грузии, IX, "Мецниереба", 2004 год, стр.90-92.

9. Поиск решения задач комбинацией различных методов, труды Кутаисского научного центра Академии наук Грузии, IX, "Мецниереба", Тбилиси,2004 год,стр.93-98.

10. Решение задач с помощью восходящего и нисходящего анализов, труды Кутаисского научного центра Академии наук Грузии, IX, "Мецниереба", Тбилиси, 2004 год, стр. 99-104.

11. Применение восходящего и нисходящего анализов при доказательстве геометрических теорем, журнал "Физика и математика в школе", 2005 год, № 121, стр. 46-47.